

# Jahrgang 9 & 10

## Inhaltsverzeichnis

<b>Allgemeine Hinweise .....</b>	<b>2</b>
Zum schulinternen Curriculum .....	2
Hinweis zu den prozessbezogenen Kompetenzen .....	2
Übersicht über die Kompetenzen .....	2
Schulbücher & Material .....	3
<b>Formalia .....</b>	<b>4</b>
Verpflichtende Notationen & Formeln an der HLS .....	4
Gestaltung und Struktur der Dokumentation .....	7
Gestaltung und Struktur der GTR-Dokumentation .....	8
<b>Möglicher Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge .....</b>	<b>9</b>
<b>Abfolge der Themen &amp; Lernbereiche .....</b>	<b>10</b>
<b>Kapitel der Schulbücher .....</b>	<b>11</b>
9.I Reelle Zahlen .....	11
9.II Quadratische Funktionen und Gleichungen .....	12
9.III Daten und Zufall .....	14
9.IV Strahlensätze – Die Satzgruppe des Pythagoras .....	15
9.V Trigonometrie – Berechnungen an Dreiecken .....	16
10.I Trigonometrie – Berechnungen an Dreiecken .....	17
10.II Potenzen und Potenzfunktionen .....	18
10.III Kreis- und Körperberechnungen .....	19
10.IV Exponentialfunktion und Wachstumsprozesse .....	20
10.V Trigonometrische Funktionen .....	22
<b>Aus dem Kerncurriculum .....</b>	<b>24</b>
Prozessgezogene Kompetenzen .....	24
Inhaltsbezogene Kompetenzen .....	25
Lernbereiche .....	28

# Allgemeine Hinweise

## Zum schulinternen Curriculum

### Abschnitt Formalia

Die Schülerinnen und Schüler sollen möglichst klassenübergreifend, und damit unabhängig von der Lehrkraft, dieselben Notationen und Vorgehen lernen und nutzen. Die in diesem Abschnitt aufgeführten Formalia basieren auf den Notationen im Schulbuch, den bisherigen Absprachen der Fachschaft Mathematik sowie Vorschlägen der Arbeitsgruppe zum entsprechenden schulinternen KC.

### Abschnitt Abfolge der Themen und Lernbereiche

Übersicht über die Strukturierung des Schuljahres.

### Möglicher Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge

Der GTR soll bzw. GTR-Apps sollen in allen Themenbereichen zum Einsatz kommen. Daneben bieten sich einzelne Themen bzw. Kapitel für den Einsatz weiterer Technologien an (CAS: Computer-Algebra-System; DGS: Dynamische Geometrie-Software; TK: Tabellenkalkulation).

### Abschnitt Kapitel der Schulbücher

Übersicht auf max. zwei Seiten über das jeweilige Kapitel. Daneben finden sich die Zuordnungen der Lern- und Kompetenzbereiche. Lediglich die prozessbezogenen Kompetenzen müssen zusätzlich im Blick behalten werden.

### Abschnitt Aus dem Kerncurriculum

Aus dem Kerncurriculum für das Gymnasium Schuljahrgänge 5 – 10 vom Niedersächsischen Kultusministerium wurden die Lernbereiche sowie die inhalts- und prozessbezogenen Kompetenzen in dieses KC übertragen und mit einer eindeutigen Nummerierung versehen.

## Hinweis zu den prozessbezogenen Kompetenzen

Eine konkrete Zuordnung der prozessbezogenen Kompetenzen zu einzelnen Kapiteln in den Schulbüchern ist nur in wenigen Fällen sinnvoll. Oftmals werden diese zu vermittelnden Kompetenzen jeweils an vielen Stellen automatisch in den Unterricht integriert.

## Übersicht über die Kompetenzen

### Prozessbezogene Kompetenzbereiche

P-A	Mathematisch argumentieren
P-P	Probleme mathematisch lösen
P-M	Mathematisch modellieren
P-D	Mathematische Darstellungen verwenden
P-F	Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen
P-K	Kommunizieren

### inhaltsbezogene Kompetenzbereiche

I-Z	Zahlen und Operationen
I-G	Größen und Messen
I-R	Raum und Form
I-F	Funktionaler Zusammenhang
I-D	Daten und Zufall

## Schulbücher & Material

LS9	Lambacher Schweizer 9 (G9 Niedersachsen), Klett 2016 [978-3-12- <b>733541</b> -5]
AH9	Lambacher Schweizer Arbeitsheft plus Lösungsheft (9. Schuljahr), Klett 2016 [978-3-12- <b>733546</b> -0] (oder zusätzlich mit Lernsoftware [978-3-12- <b>733545</b> -3])
LS10	Lambacher Schweizer 10 (G9 Niedersachsen), Klett 2017 [978-3-12- <b>733557</b> -6]
AH10	Lambacher Schweizer Arbeitsheft plus Lösungsheft (10. Schuljahr), Klett 2017 [978-3-12- <b>733568</b> -2] (oder zusätzlich mit Lernsoftware [978-3-12- <b>733567</b> -5])
VP	Vertretungsmaterial Jahrgang 6-10 Helmut Postel – Aufgabensammlung Mathematik, Schroedel 2012 [978-3-507- <b>73243</b> -8]
GTR	grafikfähiger Taschenrechner TI-84 Plus bzw. TI-Nspire bzw. GTR-App für das iPad
BM	In den iPad-Klassen wird anstelle der Arbeitshefte der Online-Mathematiktrainer „bettermarks“ verwendet.

## Formalia

### Verpflichtende Notationen & Formeln an der HLS

	Notation	Hinweis	in
Äquivalenzumformung		vgl. Kapitel: Gestaltung und Struktur der Dokumentation	7.VI.5 8.I.5
Bedingte Wahrscheinlichkeit	$P(A \text{ unter der Bedingung } B)$ $= P(A B)$		9.III.2
Betrag	$ a  =  -a  = a$ für $a \geq 0$		7.IV.2
Bild		Bilder werden mit einem Apostroph gekennzeichnet (z.B. Bildpunkt $A'$ , Bildgerade $g'$ , Bilddreieck $A'B'C'$ )	6.IV.3
1. binomische Formel	$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$		7.VI.3
2. binomische Formel	$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$		8.I.3
3. binomische Formel	$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$		
Brüche		3-Kästchenschreibweise?	5.V
Ergebnismenge	$S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$	Bezeichnung lt. LS7 mit $S$	7.V.1
Erweitern	$\frac{2}{7} = \frac{2 \cdot 3}{7 \cdot 3} = \frac{6}{21}$	Notation lt. LS5	5.V.2
Flächeninhalt s. Drache	$A = ef$	Skizze Einheiten in der Rechnung sind nicht unbedingt notwendig, im Ergebnis sollen sie angegeben werden.	7.III.3
Flächeninhalt Dreieck	$A = \frac{1}{2}gh$ (konkret: $A = \frac{1}{2}ah_a = \dots$ )	Skizze Einheiten in der Rechnung sind nicht unbedingt notwendig, im Ergebnis sollen sie angegeben werden.	7.III.3
Flächeninhalt Rechteck Flächeninhalt Quadrat	$A = a \cdot b$ $A = a \cdot a$ oder $A = a^2$	Zudem wird in der Regel eine Skizze verlangt. (Vorbereitung auf das Vorgehen zur Bearbeitung von komplexeren Aufgaben.) Das Mitführen von Einheiten während der Rechnung ist nicht unbedingt notwendig, im Ergebnis sollen sie angegeben werden.	5.IV.3
ganze Zahlen	$\mathbb{Z} = \{\dots; -2; -1; 0; 1; 2; \dots\}$		7.IV.1
Gerade	$g$	Bezeichnung mit kleinen Buchstaben	5.II.1
ggT – größter gemeinsamer Teiler	$ggT(20; 30) = 5$	Der größte gemeinsame Teiler sollte von gemeinsamen Teiler abgegrenzt werden.	6.I.5
kgV – kleinstes gemeinsames Vielfaches	$kgV(8; 12) = 24$	Das kleinste gemeinsame Vielfache sollte vom gemeinsamen Vielfachen abgegrenzt werden.	6.I.5

<b>Komplementärregel</b>	$P(\text{Ereignis}) + P(\text{Gegenereignis}) = 1 = 100\%$ bzw.: $P(\text{Ereignis}) + P(\overline{\text{Ereignis}}) = 1 = 100\%$		7.V.3
<b>Koordinatensystem</b>		Richtung kennzeichnen, Achsen beschriften (x & y oder mit entsprechender Einheit), Skalierung deutlich machen	5.II.3
<b>Kürzen</b>	$\frac{12}{27} = \frac{12 : 3}{27 : 3} = \frac{4}{9}$	Notation lt. LS5	5.V.2
<b>natürliche Zahlen</b>	$\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; \dots\}$	Im Schulbuch wird die 0 als natürliche Zahl angesehen. (vgl. LS5 S.8)	5.I.1
<b>nicht ...</b>	$\overline{6}$	z. B. das Ereignis „keine 6 würfeln“	7.V.1
<b>parallel</b>	$\parallel$		5.II.1
<b>nicht parallel</b>	$\nparallel$		5.II.1
<b>Punkt</b>	$P(2 7)$		5.II.3
<b>Quadratische Gleichungen</b>	$x^2 = 4$ $\Leftrightarrow x = -2 \vee x = 2$	Die abkürzende Schreibweise bei der Verwendung der pq-Formel ist aber gestattet:  $x_{1,2} = \dots$	9.II.1
<b>rationale Zahlen</b>	$\mathbb{Q}$ = alle als Bruch darstellbare positive und negative Zahlen		7.IV.1
<b>senkrecht</b>	$\perp$		5.II.1
<b>Strecke</b>	$\overline{AB}$	Eine Strecke oder ein Strahl können wahlweise auch mit kleinen Buchstaben bezeichnet werden.	5.II.1
<b>Strahl / Halbgerade</b>	$\overrightarrow{AB} \text{ bzw. } \overleftarrow{AB}$		5.II.1
<b>Summenregel</b>	$P(\text{„kein Pasch“}) = P(WZ) + P(ZW)$ $= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$	Die Summenregel (Bsp.: zweifaches Werfen einer Münze) sollte zunächst ausführlich und schrittweise notiert werden.	7.V.3
<b>Teilmengens (von 24)</b>	$T_{24} = \{1; 2; 4; 6; 8; 12; 24\}$		6.I.1
<b>teilt</b>	$4 \mid 28$	4 teilt 28 bzw. 4 ist Teiler von 28	6.I.1
<b>teilt nicht</b>	$4 \nmid 30$	4 ist kein Teiler von 30	6.I.1
<b>Terme berechnen</b>	$3 + 7 \cdot (12 - 8)$ $= 3 + 7 \cdot 4$ $= 3 + 28$ $= 31$	Die Berechnung von Termen erfolgt grundsätzlich untereinander.	5.III.1
<b>Umfang Rechteck</b>	$U = 2 \cdot a + 2 \cdot b$	Zudem wird in der Regel eine Skizze verlangt. (Vorbereitung auf das Vorgehen zur Bearbeitung von komplexeren Aufgaben.)	5.IV.4
<b>Umfang Quadrat</b>	$U = 4 \cdot a$	Das Mitführen von Einheiten während der Rechnung ist nicht unbedingt notwendig, im Ergebnis sollen sie an-	5.IV.4

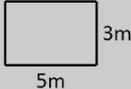
		gegeben werden.	
<b>Vielfachmenge (von 5)</b>	$V_5 = \{5; 10; 15; 20; 25; \dots\}$		6.I.1
<b>Volumen Quader (Volumen Würfel)</b>	$V = a \cdot b \cdot c$ $V = a \cdot a \cdot a$ oder $V = a^3$		5.IV.7
<b>Wahrscheinlichkeit</b>	$P(\text{Kopf}) = \frac{1}{2} = 0,5 = 50\%$	Es sollte immer auf die 3 Möglichkeiten der Angabe hingewiesen werden!	7.V.2
<b>Winkel</b>	$\sphericalangle gh$  $\sphericalangle ASB$	Linksdrehung beachten! Winkel zwischen den Schenkeln g und h  Winkel am Scheitelpunkt S zwischen zwei Schenkeln durch die Punkte A und B	6.II.2
<b>Zuordnung</b>	Anzahl der Eiskugeln $\mapsto$ Preis [in €]	Ausgangswerte $\mapsto$ zugeordnete Werte	
<b>Zuordnungsvorschrift</b>	$s \mapsto s \cdot s$	Der Seitenlänge s eines Quadrats wird der Flächeninhalt $s \cdot s$ zugeordnet.	7.I.3

## Gestaltung und Struktur der Dokumentation

Für die Dokumentation der Lösung wird erwartet:

- die Darstellung eines geeigneten mathematischen Ansatzes,
- die nachvollziehbare Dokumentation des Lösungswegs (dabei ist eine Notation von GTR-Tastenfolgen nicht sinnvoll) sowie
- die Angabe des Ergebnisses.

Grundsätzlich ist also der mathematische Ansatz anzugeben bzw. der Lösungsweg nachvollziehbar zu dokumentieren, außer bei den Operatoren Nennen, Angeben, Beschreiben (hier sind lediglich Ergebnisse zu dokumentieren). (Quelle: <http://www.schule-bw.de/unterricht/faecher/mathematik/pruefung/abitur/anford/anforderungen.pdf>)

Hinweis																	
<b>Äquivalenzumformung</b>	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 50%; text-align: center;">Gleichung</th> <th style="width: 50%; text-align: center;">Äquivalenzumformung</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;"><math>5x + 2 = 2x + 8 \quad   - 2</math></td> <td>Auf beiden Seiten der Gleichung wird die Zahl 2 subtrahiert</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>\Leftrightarrow (5x + 2) - 2 = (2x + 8) - 2 \quad   \text{TU}</math></td> <td>Termumformung</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>\Leftrightarrow 5x = 2x + 6 \quad   - 2x</math></td> <td>Auf beiden Seiten der Gleichung wird der Term <math>2x</math> subtrahiert</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>\Leftrightarrow (5x) - 2x = (2x + 6) - 2x \quad   \text{TU}</math></td> <td>Termumformung</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>\Leftrightarrow 3x = 6 \quad   : 3</math></td> <td>Auf beiden Seiten der Gleichung werden durch die Zahl 3 dividiert</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>\Leftrightarrow (3x) : 3 = (6) : 3 \quad   \text{TU}</math></td> <td>Termumformung</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>\Leftrightarrow 1x = 2</math></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	Gleichung	Äquivalenzumformung	$5x + 2 = 2x + 8 \quad   - 2$	Auf beiden Seiten der Gleichung wird die Zahl 2 subtrahiert	$\Leftrightarrow (5x + 2) - 2 = (2x + 8) - 2 \quad   \text{TU}$	Termumformung	$\Leftrightarrow 5x = 2x + 6 \quad   - 2x$	Auf beiden Seiten der Gleichung wird der Term $2x$ subtrahiert	$\Leftrightarrow (5x) - 2x = (2x + 6) - 2x \quad   \text{TU}$	Termumformung	$\Leftrightarrow 3x = 6 \quad   : 3$	Auf beiden Seiten der Gleichung werden durch die Zahl 3 dividiert	$\Leftrightarrow (3x) : 3 = (6) : 3 \quad   \text{TU}$	Termumformung	$\Leftrightarrow 1x = 2$	
Gleichung	Äquivalenzumformung																
$5x + 2 = 2x + 8 \quad   - 2$	Auf beiden Seiten der Gleichung wird die Zahl 2 subtrahiert																
$\Leftrightarrow (5x + 2) - 2 = (2x + 8) - 2 \quad   \text{TU}$	Termumformung																
$\Leftrightarrow 5x = 2x + 6 \quad   - 2x$	Auf beiden Seiten der Gleichung wird der Term $2x$ subtrahiert																
$\Leftrightarrow (5x) - 2x = (2x + 6) - 2x \quad   \text{TU}$	Termumformung																
$\Leftrightarrow 3x = 6 \quad   : 3$	Auf beiden Seiten der Gleichung werden durch die Zahl 3 dividiert																
$\Leftrightarrow (3x) : 3 = (6) : 3 \quad   \text{TU}$	Termumformung																
$\Leftrightarrow 1x = 2$																	
<b>Lineal</b>	Das Lineal wird in allen Situationen genutzt, wo längere gerade Linien gezogen werden müssen (Koordinatensystem, schriftliches Rechnen, größere Brüche, Skizzen, ...).																
<b>Teilüberschriften</b>	<p>Mit steigender Komplexität von Aufgaben sind in der Regel mehrere Schritte zur Lösung einer Aufgabe notwendig. Für die Dokumentation des Vorgehens sind Teilüberschriften sinnvoll. Dieses sollte frühestmöglich geübt werden, zum Beispiel bei Flächen.</p> <p><b>Beispiel:</b> Bestimme den Umfang und den Flächeninhalt eines Rechtecks mit den Seitenlängen 3 m und 5 m.</p> <p><b>Aufgabenlösung</b></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p><u>Skizze</u></p>  <p><u>Umfang</u></p> <math display="block">U = 2 \cdot a + 2 \cdot b</math> <math display="block">U = 2 \cdot 3m + 2 \cdot 5m = 16m</math> <p><u>Flächeninhalt</u></p> <math display="block">A = a \cdot b</math> <math display="block">A = 3m \cdot 5m = 15m^2</math> <p>Der Umfang des Rechtecks beträgt 16 m, der Flächeninhalt <math>15 m^2</math>.</p> </div>																

<b>Zeichnen und Schreiben</b>	<p>Gezeichnet wird immer mit Bleistift und Lineal (solange sinnvoll)!</p> <p>Geschrieben wird mit Füller oder ähnlichem</p> <p><b>Bleistift:</b> HB oder Druckbleistift 0,5 mm (-&gt; Aufnahme in die Begrüßungsmappe für Jahrgang 5)</p> <p><b>Lineal:</b> Geodreieck</p>
-------------------------------	--

## Gestaltung und Struktur der GTR-Dokumentation

Die Notation von entsprechenden Menüs oder GTR-Tastenfolgen ist nicht sinnvoll. Wegen der Eindeutigkeit der Befehle ist es ausreichend, diese unter Angabe des GTR-Einsatzes zu benennen.

Beispiel/Fall	Notation
graphische Bestimmung eines Schnittpunktes der Graphen zweier Funktionen	GTR: intersect
Lösen eines LGS mithilfe einer erweiterten Koeffizientenmatrix	GTR: rref

Anschließend muss die Nennung der entsprechenden Angabe der Lösung des GTR erfolgen.

## Möglicher Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge

<b>Computer-Algebra-System (CAS)</b>	<b>in</b>
Äquivalenzumformungen von Gleichungen mit einem CAS	9.II.4; 10.II.6; 10.IV.4

<b>Tabellenkalkulation (TK)</b>	<b>in</b>
Darstellen und Bestimmen von Folgen mit Grenzwerten	9.I.3; 10.III.4
Simulation von Zufallsexperimenten	9.III.3
Rekursive Darstellung von Folgen	10.IV.3

<b>dynamische Geometriesoftware (DGS)</b>	<b>in</b>
Veranschaulichung des Satzes des Pythagoras, von Ähnlichkeit oder trigonometrischer Zusammenhänge	9.IV.1-4; 9.V.1

## Abfolge der Themen & Lernbereiche

Die angegebene Reihenfolge sollte eingehalten werden!

Jahrgang Kapitel	Thema im Schulbuch	Schwerpunkt im Lernbereich (lt. KC)	Zeitbedarf (ca. in Wochen)
<b>9.I</b>	Reelle Zahlen	• Näherungsverfahren als Grenzprozesse - Zahlbereichserweiterungen	5
<b>9.II</b>	Quadratische Funktionen und quadratische Gleichungen	• Quadratische Zusammenhänge	10
<b>9.III</b>	Daten und Zufall	• Baumdiagramm und Vierfeldertafel	4
<b>9.IV</b>	Strahlensätze – Satzgruppe des Pythagoras	• Entdeckungen an rechtwinkligen Drei- ecken und Ähnlichkeit	4
<b>9.V</b>	Trigonometrie – Berechnungen an Dreiecken	• Entdeckungen an rechtwinkligen Drei- ecken und Ähnlichkeit	5

Jahrgang Kapitel	Thema im Schulbuch	Schwerpunkt im Lernbereich (lt. KC)	Zeitbedarf (ca. in Wochen)
<b>10.I</b>	Trigonometrie – Berechnungen an Dreiecken	• Entdeckungen an rechtwinkligen Drei- ecken und Ähnlichkeit	4
<b>10.II</b>	Potenzen und Potenzfunktionen	• Exponentielle Zusammenhänge	8
<b>10.III</b>	Kreis- und Körperberechnungen	• Kreis- und Körperberechnungen	4
<b>10.IV</b>	Exponentialfunktion und Wachs- tumsprozesse	• Exponentielle Zusammenhänge	8
<b>10.V</b>	Trigonometrische Funktionen	• Periodische Zusammenhänge	4

## Kapitel der Schulbücher

### 9.I Reelle Zahlen

Kapitel im Buch	Thema
	ergänzende Hinweise, Begriffe, Materialverweise
9.I.1	Die Unvollständigkeit der rationalen Zahlen
9.I.2	Quadratwurzeln
9.I.3	Näherungsweise Wurzelziehen – Der Heron-Algorithmus
9.I.4	Terme mit Quadratwurzeln

### Aus dem KC

Kern im Lernbereich	in 9.I._
<b>Näherungsverfahren als Grenzprozesse - Zahlbereichserweiterung</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>Gemeinsamkeiten und Unterschiede ausgewählter Grenzprozesse beschreiben               <ul style="list-style-type: none"> <li>ein Verfahren zur Annäherung an irrationale Quadratwurzeln</li> <li>die Identität <math>0, \bar{9} = 1</math> als Grenzprozess</li> <li>Grenzverhalten des Graphen von <math>f</math> mit <math>f(x) = \frac{1}{x}</math></li> </ul> </li> </ul>	1
<ul style="list-style-type: none"> <li>Zahlbereichserweiterungen erläutern               <ul style="list-style-type: none"> <li>eine exemplarische Irrationalitätsbegründung</li> <li>Erweiterung der Zahlbereiche zu den reellen Zahlen</li> <li>Rückblick auf frühere Zahlbereichserweiterungen</li> </ul> </li> </ul>	1
<b>Entdeckungen an rechtwinkligen Dreiecken und Ähnlichkeit</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>mit Wurzeln umgehen               <ul style="list-style-type: none"> <li>Wurzelziehen als Umkehroperation</li> <li>Rechengesetze exemplarisch begründen</li> <li>Anwendung zur Streckenberechnung</li> </ul> </li> </ul>	2-4

### Prozessgezogene Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler ...		In 9.I._
<b>Probleme mathematisch lösen</b>		
P-P12	wenden algebraische, numerische, grafische Verfahren oder geometrische Konstruktionen zur Problemlösung an.	2, 3
<b>Mathematische Darstellungen verwenden</b>		
P-D15	verwenden reelle Zahlen.	1-4
<b>Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen</b>		
P-F16	nutzen DGS, Tabellenkalkulation und CAS zur Darstellung und Erkundung mathematischer Zusammenhänge sowie zur Bestimmung von Ergebnissen.	3

### Inhaltsbezogene Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler ...		In 9.I._
<b>Zahlen und Operationen</b>		
I-Z37	grenzen rationale und irrationale Zahlen voneinander ab.	1
I-Z38	begründen die Notwendigkeit der Zahlbereichserweiterungen.	1
I-Z39	ziehen in einfachen Fällen Wurzeln aus nichtnegativen rationalen Zahlen im Kopf.	2, 4

## 9.II Quadratische Funktionen und Gleichungen

Kapitel im Buch	Thema
9.II.1	Rein quadratische Funktionen
9.II.2	Quadratische Funktionen
9.II.3	Darstellungsformen von quadratischen Funktionen
9.II.4	Quadratische Gleichungen
9.II.5	Problemlösen mit quadratischen Funktionen und Gleichungen
9.II.6	Modellieren mit quadratischen Funktionen

### Aus dem KC

Kern im Lernbereich Quadratische Zusammenhänge	in 9.II._
<ul style="list-style-type: none"> <li>• quadratische Funktionen untersuchen – Parametervariation               <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Zusammenhang von Funktionsgleichung und -graph für <math>f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c</math></li> <li>○ Zusammenhang von Funktionsgleichung und -graph für <math>f(x) = a \cdot (x - m) \cdot (x - n)</math></li> <li>○ Zusammenhang von Funktionsgleichung und -graph für <math>f(x) = a \cdot (x - d)^2 + e</math></li> <li>○ Wechsel zwischen den Formen</li> <li>○ hilfsmittelfreies Skizzieren von Parabeln</li> </ul> </li> </ul>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• quadratische Gleichungen               <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Verknüpfung der Lösung mit den Eigenschaften des Graphen und der Struktur des Terms</li> <li>○ <math>x^2 + p \cdot x = 0</math> und <math>x^2 + q = 0</math> hilfsmittelfrei lösen</li> <li>○ <math>x^2 + p \cdot x + q = 0</math>, <math>a \cdot x^2 + b \cdot x = 0</math>, <math>a \cdot x^2 + c = 0</math> und <math>a \cdot (x - d)^2 + e = 0</math> lösen, in einfachen Fällen auch hilfsmittelfrei</li> </ul> </li> </ul>	4
<ul style="list-style-type: none"> <li>• quadratische Zusammenhänge modellieren               <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Optimierungsprobleme und Nullstellensuche</li> <li>○ Ausgleichsparabeln mithilfe der Parametervariation oder des Regressionsmoduls bestimmen</li> </ul> </li> </ul>	5, 6
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Parabel als Ort aller Punkte, die zu einem Punkt und zu einer Geraden gleichen Abstand haben</li> </ul>	3

### Prozessgezogene Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler ...	In 9.II._
<b>Probleme mathematisch lösen</b>	
P-P12 wenden algebraische, numerische, grafische Verfahren oder geometrische Konstruktionen zur Problemlösung an.	1-4
P-P13 nutzen Parametervariationen.	5, 6
<b>Mathematisch modellieren</b>	
P-M5 überprüfen die im Modell gewonnenen Ergebnisse im Hinblick auf Realsituation und gegebenenfalls Abschätzung.	5, 6
P-M6 bewerten mögliche Einflussfaktoren in Realsituationen.	5, 6
P-M7 wählen Modelle zur Beschreibung überschaubarer Realsituationen und begründen ihre Wahl.	5, 6
P-M8 verwenden Terme mit Variablen, Gleichungen, Funktionen oder Wahrscheinlichkeiten zur Ermittlung von Lösungen im mathematischen Modell.	5, 6
<b>Mathematische Darstellungen verwenden</b>	
P-D15 verwenden reelle Zahlen.	1-6
P-D16 skizzieren Graphen quadratischer Funktionen sowie von Exponential-, Sinus- und Kosinusfunktionen in einfachen Fällen.	3

<b>Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen</b>		
P-F16	nutzen DGS, Tabellenkalkulation und CAS zur Darstellung und Erkundung mathematischer Zusammenhänge sowie zur Bestimmung von Ergebnissen.	1, 3, 4
P-F17	nutzen Tabellen, Graphen und Gleichungen zur Bearbeitung funktionaler Zusammenhänge	2, 3, 4
P-F18	wählen geeignete Verfahren zum Lösen von Gleichungen.	4

### Inhaltsbezogene Kompetenzen

<b>Die Schülerinnen und Schüler ...</b>		<b>In 9.II._</b>
<b>Zahlen und Operationen</b>		
I-Z39	ziehen in einfachen Fällen Wurzeln aus nichtnegativen rationalen Zahlen im Kopf.	1
I-Z41	nennen $\sqrt{a}$ als nichtnegative Lösung von $x^2 = a$ für $a \geq 0$ .	1
I-Z44	lösen quadratische Gleichungen vom Typ $x^2 + p \cdot x = 0$ und $x^2 + q = 0$ hilfsmittelfrei.	4
I-Z45	lösen quadratische Gleichungen vom Typ $x^2 + p \cdot x + q = 0$ , $x^2 + b \cdot x = 0$ , $a \cdot x^2 + c = 0$ und $a \cdot (x - d)^2 + e = 0$ in einfachen Fällen hilfsmittelfrei.	4
I-Z46	lösen Gleichungen numerisch, grafisch und unter Verwendung eines CAS.	4
I-R27	beschreiben und erzeugen Parabeln als Ortslinien.	2, 4
<b>Funktionaler Zusammenhang</b>		
I-F10	beschreiben quadratische, exponentielle und periodische Zusammenhänge zwischen Zahlen und zwischen Größen in Tabellen, Graphen, Diagrammen und Sachtexten, erläutern und beurteilen sie.	3, 4
I-F11	nutzen quadratische Funktionen, Exponentialfunktionen, Sinus- und Kosinusfunktionen zur Beschreibung quantitativer Zusammenhänge, auch unter Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge.	3, 4
I-F12	stellen Funktionen durch Gleichungen dar und wechseln zwischen den Darstellungen Gleichung, Tabelle, Graph.	3
I-F13	beschreiben den Zusammenhang zwischen möglichen Nullstellen und dem Scheitelpunkt der Graphen quadratischer Funktionen einerseits und der Lösung quadratischer Gleichungen andererseits.	3
I-F14	wechseln bei quadratischen Funktionstermen in einfachen Fällen hilfsmittelfrei zwischen allgemeiner und faktorisierter Form sowie Scheitelpunktform.	3

## 9.III Daten und Zufall

Kapitel im Buch	Thema
9.III.1	Anteile von Anteilen
9.III.2	Vierfeldertafel
9.III.3	Zufallsexperimente
9.III.4	Unbekannte Wahrscheinlichkeiten bestimmen

### Aus dem KC

Kern im Lernbereich Baumdiagramm und Vierfeldertafeln	in 9.III._
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Daten mit zwei unterschiedlichen Merkmalen darstellen und analysieren               <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Einträge in Baumdiagramm und Vierfeldertafel vervollständigen</li> <li>○ zwischen diesen Darstellungen wechseln</li> </ul> </li> </ul>	1-3
<ul style="list-style-type: none"> <li>• zweistufige Zufallsexperimente darstellen und analysieren               <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Einträge in Baumdiagramm und Vierfeldertafel vervollständigen</li> <li>○ zwischen diesen Darstellungen wechseln</li> </ul> </li> </ul>	1-3
<ul style="list-style-type: none"> <li>• unbekannte Wahrscheinlichkeiten ermitteln und interpretieren</li> </ul>	4

### Prozessgezogene Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler ...		In 9.III._
Mathematische Darstellungen verwenden		
P-D13	stellen Zufallsversuche durch Baumdiagramme dar und interpretieren diese.	2-4
P-D18	stellen mehrfache Abhängigkeiten mit Vierfeldertafeln dar und analysieren diese.	2-4

### Inhaltsbezogene Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler ...		In 9.III._
Daten und Zufall		
I-D8	leiten aus der Symmetrie von Laplace-Objekten Wahrscheinlichkeitsaussagen ab.	3
I-D9	identifizieren ein- und mehrstufige Zufallsexperimente, führen eigene durch und stellen sie im Baumdiagramm dar.	3, 4
I-D10	begründen die Pfadregeln zur Ermittlung von Wahrscheinlichkeiten und wenden sie an.	3
I-D11	simulieren Zufallsexperimente, auch mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge.	4
I-D12	überführen Baumdiagramme zweistufiger Zufallsexperimente in Vierfeldertafeln und umgekehrt und berücksichtigen dabei die Variabilität der Daten.	2
I-D13	ermitteln unbekannte Wahrscheinlichkeiten aus Vierfeldertafeln und Baumdiagrammen.	1, 2

## 9.IV Strahlensätze – Die Satzgruppe des Pythagoras

Kapitel im Buch	Thema
9.IV.1	Gleichheit von Streckenverhältnissen - Strahlensätze
9.IV.2	Vergrößern und Verkleinern von Figuren - Ähnlichkeit
9.IV.3	Zueinander ähnliche Dreiecke
9.IV.4	Die Satzgruppe des Pythagoras
9.IV.5	Berechnungen an Figuren
(9.IV.Exk)	Pythagoreische Zahlentripel

### Aus dem KC

Kern im Lernbereich Entdeckungen an rechtwinkligen Dreiecken und Ähnlichkeit	in 9.IV._
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ähnlichkeit beschreiben und nutzen               <ul style="list-style-type: none"> <li>○ zueinander ähnliche Dreiecke identifizieren</li> <li>○ Ähnlichkeitssätze für Dreiecke</li> <li>○ Streckenlängen berechnen</li> </ul> </li> </ul>	1-2
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Satzgruppe des Pythagoras begründen und anwenden</li> </ul>	4-5
<ul style="list-style-type: none"> <li>• mit Wurzeln umgehen               <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Anwendung zur Streckenberechnung</li> </ul> </li> </ul>	6

### Inhaltsbezogene Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler ...		In 9.IV._
	<b>Größen und Messen</b>	
I-G13	berechnen Streckenlängen mithilfe des Satzes von Pythagoras.	3
I-G14	berechnen Streckenlängen und Winkelgrößen mithilfe der Ähnlichkeit, trigonometrischer Beziehungen sowie Sinus- und Kosinussatz.	1, 2
	<b>Raum und Form</b>	
I-R23	begründen die Satzgruppe des Pythagoras so- wie Sinussatz und Kosinussatz.	4
I-R24	beschreiben und begründen Ähnlichkeiten.	1, 2
I-R26	nutzen die Satzgruppe des Pythagoras bei Konstruktionen und Begründungen.	4
I-R28	beschreiben und begründen Ähnlichkeit geometrischer Objekte und nutzen diese Eigenschaft im Rahmen des Problemlösens und Argumentierens.	1-5

## 9.V Trigonometrie – Berechnungen an Dreiecken

Kapitel im Buch	Thema
9.V.1	Seitenverhältnisse in rechtwinkligen Dreiecken
9.V.2	Beziehungen zwischen Sinus, Kosinus und Tangens
9.V.3	Berechnungen an Figuren
(9.V.Exk)	Pyramiden, Astronomie und Sehnenrechnung

### Aus dem KC

Kern im Lernbereich Entdeckungen an rechtwinkligen Dreiecken und Ähnlichkeit	in 9.IV._
<ul style="list-style-type: none"> <li>• trigonometrische Beziehungen identifizieren und nutzen               <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Berechnungen in rechtwinkligen Dreiecken mit Sinus, Kosinus, Tangens</li> <li>○ Tangens als Steigungsmaß</li> </ul> </li> </ul>	7

### Inhaltsbezogene Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler ...		in 9.IV._
	<b>Größen und Messen</b>	
I-G14	berechnen Streckenlängen und Winkelgrößen mithilfe der Ähnlichkeit, trigonometrischer Beziehungen sowie Sinus- und Kosinussatz.	1-3

## 10.I Trigonometrie – Berechnungen an Dreiecken

Kapitel im Buch	Thema
9.V.1 & 10.I.1	Seitenverhältnisse in rechtwinkligen Dreiecken ( <i>Wiederholung aus Jahrgang 9</i> )
9.V.2 & 10.I.2	Beziehungen zwischen Sinus, Kosinus und Tangens ( <i>Wiederholung aus Jahrgang 9</i> )
9.V.3 & 10.I.3	Berechnungen an Figuren ( <i>Wiederholung aus Jahrgang 9</i> )
10.I.4	Beliebige Dreiecke - Sinussatz
10.I.5	Beliebige Dreiecke - Kosinussatz
(9.V.Exk) & (10.I.Exk)	Pyramiden, Astronomie und Sehnenrechnung

### Aus dem KC

Kern im Lernbereich Entdeckungen an rechtwinkligen Dreiecken und Ähnlichkeit	in 9.V._
<ul style="list-style-type: none"> <li>• trigonometrische Beziehungen identifizieren und nutzen               <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Berechnungen in rechtwinkligen Dreiecken mit Sinus, Kosinus, Tangens</li> <li>○ Tangens als Steigungsmaß</li> </ul> </li> </ul>	7
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Berechnungen an allgemeinen Dreiecken               <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Sinussatz, Kosinussatz</li> </ul> </li> </ul>	8

### Inhaltsbezogene Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler ...		in 9.V._
	<b>Größen und Messen</b>	
I-G14	berechnen Streckenlängen und Winkelgrößen mithilfe der Ähnlichkeit, trigonometrischer Beziehungen sowie Sinus- und Kosinussatz.	1-5
	<b>Raum und Form</b>	
I-R23	begründen die Satzgruppe des Pythagoras so- wie Sinussatz und Kosinussatz.	4, 5
I-R24	beschreiben und begründen Ähnlichkeiten.	1

## 10.II Potenzen und Potenzfunktionen

Kapitel im Buch	Thema
10.II.1	Potenzen mit ganzzahligen Exponenten
10.II.2	Potenzen mit gleicher Basis
10.II.3	Potenzen mit gleichen Exponenten
10.II.4	Potenzen mit rationalen Exponenten
10.II.5	Potenzfunktion mit natürlichem Exponenten
10.II.6	Potenzgleichungen
(10.II.Exk)	Ellipsen und Kepler'sche Gesetze

### Aus dem KC

Kern im Lernbereich Exponentielle Zusammenhänge	in 10.II. _
<ul style="list-style-type: none"> <li>• mit Potenzen rechnen               <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Rechengesetze exemplarisch begründen</li> <li>○ Gleichungen umformen und lösen, in einfachen Fällen auch hilfsmittelfrei</li> </ul> </li> </ul>	1-4

### Inhaltsbezogene Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler ...		in 10.II. _
<b>Zahlen und Operationen</b>		
I-Z40	begründen exemplarisch Rechengesetze für Quadratwurzeln und Potenzen mit rationalen Exponenten und wenden diese an.	1-4
I-Z41	nennen $\sqrt{a}$ als nichtnegative Lösung von $x^2 = a$ für $a \geq 0$ .	4
I-Z42	nennen $\sqrt[n]{a}$ als nichtnegative Lösung von $x^n = a$ für $a \geq 0$ .	4
I-Z46	lösen Gleichungen numerisch, grafisch und unter Verwendung eines CAS.	5, 6
<b>Funktionaler Zusammenhang</b>		
I-F10	beschreiben quadratische, exponentielle und periodische Zusammenhänge zwischen Zahlen und zwischen Größen in Tabellen, Graphen, Diagrammen und Sachtexten, erläutern und beurteilen sie.	5
I-F11	nutzen quadratische Funktionen, Exponentialfunktionen, Sinus- und Kosinusfunktionen zur Beschreibung quantitativer Zusammenhänge, auch unter Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge.	5
I-F12	stellen Funktionen durch Gleichungen dar und wechseln zwischen den Darstellungen Gleichung, Tabelle, Graph.	6

## 10.III Kreis- und Körperberechnungen

Kapitel im Buch	Thema
10.III.1	Flächeninhalt eines Kreises
10.III.2	Umfang eines Kreises
10.III.3	Kreisausschnitt und Kreisbogen
10.III.4	Verfahren zur näherungsweisen Bestimmung von $\pi$
10.III.5	Zylinder
10.III.6	Der Satz von Cavalieri
10.III.7	Pyramide und Kegel
10.III.8	Kugel
(10.III.Exk)	Schätzen der Kreiszahl $\pi$ mit statistischen Verfahren

### Aus dem KC

Kern im Lernbereich Kreis- und Körperberechnungen	in 10.III._
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Flächeninhalt und Umfang des Kreises ermitteln               <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Weg zur Kreiszahl</li> <li>○ Flächeninhalt und Umfang schätzen und berechnen</li> <li>○ Bogenlänge und Kreisausschnitt</li> <li>○ Bogenmaß</li> </ul> </li> </ul>	1-4
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Maßzahlen ausgewählter Körper schätzen und berechnen               <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Oberflächeninhalt und Volumen des Zylinders</li> <li>○ Oberflächeninhalt und Volumen der Pyramide und des Kegels</li> <li>○ Oberflächeninhalt und Volumen der Kugel</li> </ul> </li> </ul>	5-8
Kern im Lernbereich Näherungsverfahren als Grenzprozesse - Zahlbereichserweiterung	in 10.III._
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Gemeinsamkeiten und Unterschiede ausgewählter Grenzprozesse beschreiben               <ul style="list-style-type: none"> <li>○ die Kreiszahl als Ergebnis eines Grenzprozesses</li> </ul> </li> </ul>	4

### Inhaltsbezogene Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler ...		in 10.III._
<b>Zahlen und Operationen</b>		
I-Z47	beschreiben und reflektieren Näherungsverfahren und wenden diese an.	1, 2, 4
I-Z48	identifizieren den Grenzwert als die eindeutige Zahl, der man sich bei einem Näherungsverfahren beliebig dicht annähert.	4
I-Z51	identifizieren $\pi$ als Ergebnis eines Grenzprozesses.	4
<b>Größen und Messen</b>		
I-G15	bestimmen den Umfang oder den Flächeninhalt des Kreises mit einem Näherungsverfahren.	1, 2, 4
I-G16	schätzen und berechnen Umfang und Flächeninhalt von geradlinig begrenzten Figuren, Kreisen und daraus zusammengesetzten Figuren.	1-3
I-G17	schätzen und berechnen Oberflächeninhalt und Volumen von Pyramiden, Zylindern und Kegeln sowie Kugeln.	7, 8
Die Schülerinnen und Schüler ...		in 10.III._
<b>Raum und Form</b>		
I-R28	beschreiben und begründen Ähnlichkeit geometrischer Objekte und nutzen diese Eigenschaft im Rahmen des Problemlösens und Argumentierens.	6

## 10.IV Exponentialfunktion und Wachstumsprozesse

Kapitel im Buch	Thema
10.IV.1	Wachstum – absolute und relative Änderung
10.IV.2	Lineares und exponentielles Wachstum
10.IV.3	Exponentialfunktion
10.IV.4	Exponentialgleichungen und Logarithmen
10.IV.5	Beschränktes Wachstum
10.IV.6	Modellierung von Wachstumsprozessen
(10.IV.Exk1)	Halbwertszeiten radioaktiver Stoffe
(10.IV.Exk2)	Die C-14-Methode (Radiokarbonmethode) zur Altersbestimmung

### Aus dem KC

Kern im Lernbereich Exponentielle Zusammenhänge	in 10.IV._
<ul style="list-style-type: none"> <li>• exponentielle Wachstums- und Abnahmeprozesse modellieren               <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Sachsituationen iterativ und explizit modellieren</li> <li>○ lineare und exponentielle Prozesse voneinander abgrenzen</li> <li>○ Überlagerung von linearem und exponentiellem Wachstum untersuchen</li> <li>○ Bestimmen der Grenze G beim begrenzten Wachstum</li> <li>○ Vergleich der expliziten und iterativen Darstellung</li> </ul> </li> </ul>	1-2, 5-6
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Exponentialfunktionen untersuchen – Parametervariation               <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Zusammenhang von Funktionsgleichung und –graph für <math>f(x) = a \cdot b^x + c</math></li> <li>○ hilfsmittelfreies Skizzieren der Graphen von f mit <math>f(x) = a \cdot b^x</math> und <math>b &gt; 0</math></li> <li>○ Funktionsgleichungen aus zwei Punkten bestimmen, in einfachen Fällen hilfsmittelfrei</li> <li>○ Ausgleichsfunktionen mithilfe des Regressionsmoduls oder Parametervariation bestimmen</li> </ul> </li> </ul>	3
Kern im Lernbereich Näherungsverfahren als Grenzprozesse - Zahlbereichserweiterung	in 10.IV._
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Gemeinsamkeiten und Unterschiede ausgewählter Grenzprozesse beschreiben               <ul style="list-style-type: none"> <li>○ exponentieller Zerfall und begrenztes Wachstum als Grenzprozesse</li> </ul> </li> </ul>	2, 4

### Prozessgezogene Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler ...	in 10.IV._
<b>Mathematisch modellieren</b>	
P-M5 überprüfen die im Modell gewonnenen Ergebnisse im Hinblick auf Realsituation und gegebenenfalls Abschätzung.	6
P-M6bewerten mögliche Einflussfaktoren in Realsituationen.	6
P-M7wählen Modelle zur Beschreibung überschaubarer Realsituationen und begründen ihre Wahl.	6
P-M8verwenden Terme mit Variablen, Gleichungen, Funktionen oder Wahrscheinlichkeiten zur Ermittlung von Lösungen im mathematischen Modell.	2, 3, 6
P-M9modellieren Punktwolken auch mithilfe des Regressionsmoduls.	6
P-M10interpretieren die im Modell gewonnenen Ergebnisse im Hinblick auf die Realsituation, reflektieren die Annahmen und variieren diese gegebenenfalls.	6
P-M11wählen, variieren und verknüpfen Modelle zur Beschreibung von Realsituationen.	6
P-M12analysieren und bewerten verschiedene Modelle im Hinblick auf die Realsituation.	6
<b>Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen</b>	
P-F16nutzen DGS, Tabellenkalkulation und CAS zur Darstellung und Erkundung mathematischer Zusammenhänge sowie zur Bestimmung von Ergebnissen.	2-6

P-F17	nutzen Tabellen, Graphen und Gleichungen zur Bearbeitung funktionaler Zusammenhänge	2-5
P-F18	wählen geeignete Verfahren zum Lösen von Gleichungen.	4, 6

### Inhaltsbezogene Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler ...		in 10.IV. _
<b>Zahlen und Operationen</b>		
I-Z43	nennen $\log(a)$ als Lösung von $b^x = a$ für $a > 0$ und $b > 0$ .	4
I-Z46	lösen Gleichungen numerisch, grafisch und unter Verwendung eines CAS.	4
I-Z50	interpretieren exponentielle Abnahme und begrenztes Wachstum als Grenzprozesse.	3, 5
<b>Funktionaler Zusammenhang</b>		
I-F10	beschreiben quadratische, exponentielle und periodische Zusammenhänge zwischen Zahlen und zwischen Größen in Tabellen, Graphen, Diagrammen und Sachtexten, erläutern und beurteilen sie.	1-3, 5
I-F11	nutzen quadratische Funktionen, Exponentialfunktionen, Sinus- und Kosinusfunktionen zur Beschreibung quantitativer Zusammenhänge, auch unter Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge.	1-3, 5
I-F12	stellen Funktionen durch Gleichungen dar und wechseln zwischen den Darstellungen Gleichung, Tabelle, Graph.	4
I-F15	lösen Probleme und modellieren Sachsituationen mit Funktionen auch unter Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge.	6
I-F16	modellieren lineares, exponentielles und begrenztes Wachstum explizit und iterativ auch unter Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge.	6
I-F17	interpretieren den Wachstumsfaktor beim exponentiellem Wachstum als prozentuale Änderung und grenzen lineares und exponentielles Wachstum gegeneinander ab.	1, 2
I-F18	beschreiben und begründen Auswirkungen von Parametervariationen bei quadratischen Funktionen, Exponentialfunktionen, Sinus- und Kosinusfunktionen, auch unter Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge.	3, 5

## 10.V Trigonometrische Funktionen

Kapitel im Buch	Thema
10.V.1	Periodische Vorgänge
10.V.2	Sinusfunktion und Kosinusfunktion
10.V.3	Einfluss von Parametern
10.V.4	Modellieren periodischer Vorgänge
(10.V.Exk)	Sinusfunktionen in Natur und Technik

### Aus dem KC

Kern im Lernbereich Periodische Zusammenhänge	in 10.V. _
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Sinus- und Kosinusfunktion als periodische Funktion <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Definition am Einheitskreis</li> <li>○ Verschiebung des Graphen der Sinusfunktion zum Graphen der Kosinusfunktion</li> <li>○ Darstellung im Grad- und Bogenmaß</li> </ul> </li> </ul>	1-2
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Sinusfunktion untersuchen – Parametervariation <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Zusammenhang von Funktionsgleichung und -graph für <math>f(x) = a \cdot \sin(b \cdot (x - c) + d)</math></li> <li>○ einfache Funktionsgraphen hilfsmittelfrei skizzieren</li> </ul> </li> </ul>	3
<ul style="list-style-type: none"> <li>• periodische Zusammenhänge modellieren</li> </ul>	4

### Prozessgezogene Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler ...		in 10.V. _
<b>Mathematisch modellieren</b>		
P-M7	wählen Modelle zur Beschreibung überschaubarer Realsituationen und begründen ihre Wahl.	4
P-M8	verwenden Terme mit Variablen, Gleichungen, Funktionen oder Wahrscheinlichkeiten zur Ermittlung von Lösungen im mathematischen Modell.	4
P-M10	interpretieren die im Modell gewonnenen Ergebnisse im Hinblick auf die Realsituation, reflektieren die Annahmen und variieren diese gegebenenfalls.	4
P-M11	wählen, variieren und verknüpfen Modelle zur Beschreibung von Realsituationen.	4
P-M12	analysieren und bewerten verschiedene Modelle im Hinblick auf die Realsituation.	4
<b>Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen</b>		
P-F16	nutzen DGS, Tabellenkalkulation und CAS zur Darstellung und Erkundung mathematischer Zusammenhänge sowie zur Bestimmung von Ergebnissen.	2, 3
P-F17	nutzen Tabellen, Graphen und Gleichungen zur Bearbeitung funktionaler Zusammenhänge	1-3
P-F18	wählen geeignete Verfahren zum Lösen von Gleichungen.	2

### Inhaltsbezogene Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler ...		in 10.V._
<b>Funktionaler Zusammenhang</b>		
I-F10	beschreiben quadratische, exponentielle und periodische Zusammenhänge zwischen Zahlen und zwischen Größen in Tabellen, Graphen, Diagrammen und Sachtexten, erläutern und beurteilen sie.	1-3
I-F11	nutzen quadratische Funktionen, Exponentialfunktionen, Sinus- und Kosinusfunktionen zur Beschreibung quantitativer Zusammenhänge, auch unter Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge.	2, 3
I-F12	stellen Funktionen durch Gleichungen dar und wechseln zwischen den Darstellungen Gleichung, Tabelle, Graph.	2, 3
I-F15	lösen Probleme und modellieren Sachsituationen mit Funktionen auch unter Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge.	4
I-F18	beschreiben und begründen Auswirkungen von Parametervariationen bei quadratischen Funktionen, Exponentialfunktionen, Sinus- und Kosinusfunktionen, auch unter Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge.	3
I-F19	beschreiben und begründen die Auswirkungen der Parameter auf den Graphen für Funktionen mit $y = a \cdot f(b \cdot (x - c)) + d$ .	3

## Aus dem Kerncurriculum

### Prozessgezogene Kompetenzen

Der Großteil der prozessbezogenen Kompetenzen wird in allen Lernbereichen geschult. Eine konkrete Zuordnung erfolgt daher nur, wenn eine prozessbezogene Kompetenz einen Schwerpunkt in einem bestimmten Lernbereich hat.

Die folgenden prozessbezogenen Kompetenzen sind Ergänzungen zu denen aus den Curricula der Jahrgänge 5/6 und 7/8.

#### Mathematisch argumentieren (P-A)

Die Schülerinnen und Schüler ...	
P-A16	erläutern präzise mathematische Zusammenhänge und Einsichten unter Verwendung der Fachsprache
P-A17	kombinieren mathematisches und außermathematisches Wissen für Begründungen und Argumentationsketten und nutzen dabei auch formale und symbolische Elemente und Verfahren.
P-A18	bauen Argumentationsketten auf, analysieren und bewerten diese
P-A19	geben Begründungen an, überprüfen und bewerten diese

#### Probleme mathematisch lösen (P-P)

Die Schülerinnen und Schüler ...	
P-P16	stellen sich inner- und außermathematische Probleme und beschaffen die zu einer Lösung noch fehlenden Informationen.
P-P17	wählen geeignete heuristische Strategien zum Problemlösen aus und wenden diese an.

#### Mathematisch modellieren (P-M)

Die Schülerinnen und Schüler ...	
P-M11	wählen, variieren und verknüpfen Modelle zur Beschreibung von Realsituationen.
P-M12	analysieren und bewerten verschiedene Modelle im Hinblick auf die Realsituation.

#### Mathematische Darstellungen verwenden (P-D)

Die Schülerinnen und Schüler ...	
P-D15	verwenden reelle Zahlen.
P-D16	skizzieren Graphen quadratischer Funktionen sowie von Exponential-, Sinus- und Kosinusfunktionen in einfachen Fällen.
P-D17	zeichnen Schrägbilder von Pyramiden und entwerfen Netze.
P-D18	stellen mehrfache Abhängigkeiten mit Vierfeldertafeln dar und analysieren diese.

#### Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (P-F)

Die Schülerinnen und Schüler ...	
P-F17	nutzen Tabellen, Graphen und Gleichungen zur Bearbeitung funktionaler Zusammenhänge
P-F18	wählen geeignete Verfahren zum Lösen von Gleichungen.

## Kommunizieren (P-K)

Die Schülerinnen und Schüler ...	
P-K15	teilen ihre Überlegungen anderen verständlich mit, wobei sie vornehmlich die Fachsprache benutzen
P-K16	präsentieren Problembearbeitungen, auch unter Verwendung geeigneter Medien.
P-K17	verstehen Überlegungen von anderen zu mathematischen Inhalten, überprüfen diese auf Schlüssigkeit und Vollständigkeit und gehen darauf ein.
P-K18	beurteilen und bewerten die Arbeit im Team und entwickeln diese weiter.

## Inhaltsbezogene Kompetenzen

Der Großteil der prozessbezogenen Kompetenzen wird in allen Lernbereichen geschult. Eine konkrete Zuordnung erfolgt daher nur, wenn eine prozessbezogene Kompetenz einen Schwerpunkt in einem bestimmten Lernbereich hat.

## Zahlen und Operationen (I-Z)

Die Schülerinnen und Schüler ...	
I-Z37	grenzen rationale und irrationale Zahlen von- einander ab.
I-Z38	begründen die Notwendigkeit der Zahlbereichserweiterungen.
I-Z39	ziehen in einfachen Fällen Wurzeln aus nicht- negativen rationalen Zahlen im Kopf.
I-Z40	begründen exemplarisch Rechengesetze für Quadratwurzeln und Potenzen mit rationalen Exponenten und wenden diese an.
I-Z41	nennen $\sqrt{a}$ als nichtnegative Lösung von $x^2 = a$ für $a \geq 0$ .
I-Z42	nennen $\sqrt[n]{a}$ als nichtnegative Lösung von $x^n = a$ für $a \geq 0$ .
I-Z43	nennen $\log(a)$ als Lösung von für $b^x = a$ für $a > 0$ und $b > 0$ .
I-Z44	lösen quadratische Gleichungen vom Typ $x^2 + p \cdot x = 0$ und $x^2 + q = 0$ hilfsmittelfrei.
I-Z45	lösen quadratische Gleichungen vom Typ $x^2 + p \cdot x + q = 0$ , $\cdot x^2 + b \cdot x = 0$ , $a \cdot x^2 + c = 0$ und $a \cdot (x - d)^2 + e = 0$ in einfachen Fällen hilfsmittelfrei.
I-Z46	lösen Gleichungen numerisch, grafisch und unter Verwendung eines CAS.
I-Z47	beschreiben und reflektieren Näherungsverfahren und wenden diese an.
I-Z48	identifizieren den Grenzwert als die eindeutige Zahl, der man sich bei einem Näherungsverfahren beliebig dicht annähert.
I-Z49	erläutern die Identität $0, \overline{9} = 1$ als Ergebnis eines Grenzprozesses.
I-Z50	interpretieren exponentielle Abnahme und begrenztes Wachstum als Grenzprozesse.
I-Z51	identifizieren als Ergebnis eines Grenzprozesses.

## Größen und Messen (I-G)

Die Schülerinnen und Schüler ...	
I-G12	geben Winkel im Bogenmaß an.
I-G13	berechnen Streckenlängen mithilfe des Satzes von Pythagoras.
I-G14	berechnen Streckenlängen und Winkelgrößen mithilfe der Ähnlichkeit, trigonometrischer Beziehungen sowie Sinus- und Kosinussatz.
I-G15	bestimmen den Umfang oder den Flächeninhalt des Kreises mit einem Näherungsverfahren.
I-G16	schätzen und berechnen Umfang und Flächeninhalt von geradlinig begrenzten Figuren, Kreisen und daraus zusammengesetzten Figuren.
I-G17	schätzen und berechnen Oberflächeninhalt und Volumen von Pyramiden, Zylindern und Kegeln sowie Kugeln.

## Raum und Form (I-R)

Die Schülerinnen und Schüler ...	
I-R23	begründen die Satzgruppe des Pythagoras sowie Sinussatz und Kosinussatz.
I-R24	beschreiben und begründen Ähnlichkeiten.
I-R25	zeichnen, vergleichen und interpretieren Schrägbilder und Körpernetze von Pyramiden
I-R26	nutzen die Satzgruppe des Pythagoras bei Konstruktionen und Begründungen.
I-R27	beschreiben und erzeugen Parabeln als Ortslinien.
I-R28	beschreiben und begründen Ähnlichkeit geometrischer Objekte und nutzen diese Eigenschaft im Rahmen des Problemlösens und Argumentierens.

## Funktionaler Zusammenhang (I-F)

Die Schülerinnen und Schüler ...	
I-F10	beschreiben quadratische, exponentielle und periodische Zusammenhänge zwischen Zahlen und zwischen Größen in Tabellen, Graphen, Diagrammen und Sachtexten, erläutern und beurteilen sie.
I-F11	nutzen quadratische Funktionen, Exponentialfunktionen, Sinus- und Kosinusfunktionen zur Beschreibung quantitativer Zusammenhänge, auch unter Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge.
I-F12	stellen Funktionen durch Gleichungen dar und wechseln zwischen den Darstellungen Gleichung, Tabelle, Graph.
I-F13	beschreiben den Zusammenhang zwischen möglichen Nullstellen und dem Scheitelpunkt der Graphen quadratischer Funktionen einerseits und der Lösung quadratischer Gleichungen andererseits.
I-F14	wechseln bei quadratischen Funktionstermen in einfachen Fällen hilfsmittelfrei zwischen allgemeiner und faktorisierter Form sowie Scheitelpunktform.
I-F15	lösen Probleme und modellieren Sachsituationen mit Funktionen auch unter Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge.
I-F16	modellieren lineares, exponentielles und begrenztes Wachstum explizit und iterativ auch unter Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge.
I-F17	interpretieren den Wachstumsfaktor beim exponentiellem Wachstum als prozentuale Änderung und grenzen lineares und exponentielles Wachstum gegeneinander ab.
I-F18	beschreiben und begründen Auswirkungen von Parametervariationen bei quadratischen Funktionen, Exponentialfunktionen, Sinus- und Kosinusfunktionen, auch unter Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge.
I-F19	beschreiben und begründen die Auswirkungen der Parameter auf den Graphen für Funktionen mit $y = a \cdot f(b \cdot (x - c)) + d$ .

## Daten und Zufall (I-D)

Die Schülerinnen und Schüler ...	
I-D12	überführen Baumdiagramme zweistufiger Zufallsexperimente in Vierfeldertafeln und umgekehrt und berücksichtigen dabei die Variabilität der Daten.
I-D13	ermitteln unbekannte Wahrscheinlichkeiten aus Vierfeldertafeln und Baumdiagrammen.

## Lernbereiche

### Lernbereich Baumdiagramme und Vierfeldertafeln

#### Intentionen

Daten mit zwei Merkmalen lassen sich übersichtlich mit Baumdiagrammen und Vierfeldertafeln darstellen. Beide Darstellungen fördern auf unterschiedliche Weise die Einsicht. Die Schülerinnen und Schüler erfahren, dass bei Daten mit zwei Merkmalen überraschende Phänomene auftreten können und dass man auch aus unvollständig vorliegenden Daten Schlüsse ziehen kann.

Arbeitet man mit absoluten Häufigkeiten, so lassen sich zweistufige Zufallsexperimente ebenfalls durch Vierfeldertafeln übersichtlich darstellen. Dabei wird auch die Variabilität der zu erwartenden Daten thematisiert. Insbesondere lassen sich unbekannte Wahrscheinlichkeiten bei zweistufigen Zufallsexperimenten aus den Vierfeldertafeln auf einfache Weise ermitteln.

Es empfiehlt sich, möglichst lange mit absoluten Häufigkeiten zu arbeiten, weil dadurch die Sachlage veranschaulicht und deshalb das Verständnis sehr gefördert wird.

Die anschaulichen Überlegungen in diesem Lernbereich bereiten die Behandlung der „bedingten Wahrscheinlichkeit“ im Sekundarbereich II vor.

#### Kern

- Daten mit zwei unterschiedlichen Merkmalen darstellen und analysieren
  - Einträge in Baumdiagramm und Vierfeldertafel vervollständigen
  - zwischen diesen Darstellungen wechseln
- zweistufige Zufallsexperimente darstellen und analysieren
  - Einträge in Baumdiagramm und Vierfeldertafel vervollständigen
  - zwischen diesen Darstellungen wechseln
- unbekannte Wahrscheinlichkeiten ermitteln und interpretieren

**Fakultative Erweiterungen:** Einheitsquadrat zur Visualisierung; iteratives Lernen aus Erfahrung; ausgewählte funktionale Zusammenhänge; Veranschaulichung der Variabilität durch Simulationen

**Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche:** Daten und Zufall

**Hinweise zum Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge:** ---

#### *Kapitel im Schulbuch*

9.III Daten und Zufall

## Lernbereich Entdeckungen an rechtwinkligen Dreiecken und Ähnlichkeit

### Intentionen

Bei vertieften Untersuchungen an rechtwinkligen Dreiecken bieten sich vielfältige Möglichkeiten zum Argumentieren im Sinne von Begründen. Dazu gehört auch, Zusammenhänge im Hinblick auf ihre Umkehrbarkeit zu untersuchen. Die gewonnenen Erkenntnisse ermöglichen auch Berechnungen in allgemeinen Dreiecken.

Die Alltagsvorstellung von Ähnlichkeit als Invarianz der Form wird bei geradlinig begrenzten Figuren durch die Übereinstimmung in den Winkelgrößen und die Gleichheit der Verhältnisse entsprechender Seitenlängen präzisiert. Das Auffinden ähnlicher Dreiecke ermöglicht z. B. die Berechnung von Längen.

Kenntnisse über Ähnlichkeit bei geradlinig begrenzten Figuren werden durch die trigonometrischen Beziehungen am rechtwinkligen Dreieck erweitert.

Mithilfe des Satzes des Pythagoras und der trigonometrischen Beziehungen an rechtwinkligen Dreiecken werden unbekannte Streckenlängen und Winkelgrößen sowohl bei innermathematischen Problemen als auch bei Sachproblemen bestimmt.

Das Wurzelziehen wird als Umkehroperation des Quadrierens eingeführt. Dieses naive Verständnis von Wurzeln wird bei der Berechnung von Streckenlängen angewendet. Wurzelgesetze werden für einfache Termumformungen verwendet.

Mit Quadratwurzeln, Sinus-, Kosinus- und Tangenswerten wird gerechnet, ohne deren Irrationalität zu thematisieren.

### Kern

- Ähnlichkeit beschreiben und nutzen
  - zueinander ähnliche Dreiecke identifizieren
  - Ähnlichkeitssätze für Dreiecke
  - Streckenlängen berechnen
- Satzgruppe des Pythagoras begründen und anwenden
- mit Wurzeln umgehen
  - Wurzelziehen als Umkehroperationen
  - Rechengesetze exemplarisch begründen
  - Anwendung zur Streckenberechnung
- Berechnungen an allgemeinen Dreiecken
  - Sinussatz, Kosinussatz

**Fakultative Erweiterungen:** ---

**Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche:** Zahlen und Operatoren, Größen und Messen

**Hinweise zum Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge:** CAS zur Lösung von Gleichungen, DGS zur Exploration

### **Kapitel im Schulbuch**

9.I Reelle Zahlen

9.IV Strahlensätze – Die Satzgruppe des Pythagoras

9.V Trigonometrie – Berechnungen an Dreiecken

## Lernbereich Quadratische Zusammenhänge

### Intentionen

Ausgehend von realitätsnahen Problemstellungen wie z. B. Optimierungsproblemen lernen die Schülerinnen und Schüler quadratische Funktionen sowie deren Gleichungen in allgemeiner und faktorisierte Form kennen. Durch Parametervariation werden die Auswirkungen der Parameter auf das Aussehen des Graphen untersucht. Die Zusammenführung der Ergebnisse ermöglicht eine Charakterisierung unter den Gesichtspunkten Streckung, Öffnung, Symmetrie, Scheitelpunkt, Nullstellen. Insbesondere wird der Zusammenhang zwischen Lage der Nullstellen und x-Koordinate des Scheitelpunktes deutlich. Im Anschluss daran erfolgt eine Analyse der Scheitelpunktform. Funktionales Denken, grafisches Vorstellungsvermögen und Termstrukturerkennung ergänzen sich. Ein vertieftes Verständnis wird durch den Darstellungswechsel Gleichung – Graph – Tabelle gefördert.

Das Wissen um diese Zusammenhänge erleichtert es, in einfachen Fällen ohne Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge zwischen faktorisierte Form und Scheitelpunktform sowie allgemeiner Form zu wechseln und quadratische Gleichungen zu lösen. Die quadratische Ergänzung bzw. die p-q-Formel zur Lösung quadratischer Gleichungen werden mit den entsprechenden (grafischen) Eigenschaften verknüpft und somit als sinnvolle Strategie erfahren. Für die Lösung quadratischer Gleichungen in nicht-einfachen Fällen stehen digitale Mathematikwerkzeuge zur Verfügung.

Die Schülerinnen und Schüler verwenden quadratische Funktionen bei der Modellierung in verschiedenen Sachkontexten. Wie bei den linearen Zusammenhängen werden auch hier die Grenzen der Modellierung aufgezeigt. Die Nutzung des Regressionsmoduls ermöglicht es, durch Daten dargestellte Zusammenhänge zu modellieren.

Die Parabel wird als Ortslinie betrachtet, um so neben der funktionalen eine weitere Deutung zu ermöglichen. Dazu wird aus der funktionalen Darstellung die Ortslinieneigenschaft entwickelt oder umgekehrt.

### Kern

- quadratische Funktionen untersuchen – Parametervariation
  - Zusammenhang von Funktionsgleichung und -graph für  $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$
  - Zusammenhang von Funktionsgleichung und -graph für  $f(x) = a \cdot (x - m) \cdot (x - n)$
  - Zusammenhang von Funktionsgleichung und -graph für  $f(x) = a \cdot (x - d)^2 + e$
  - Wechsel zwischen den Formen
- hilfsmittelfreies Skizzieren von Parabeln
- quadratische Gleichungen
  - Verknüpfung der Lösung mit den Eigenschaften des Graphen und der Struktur des Terms
  - $x^2 + p \cdot x = 0$  und  $x^2 + q = 0$  hilfsmittelfrei lösen
  - $x^2 + p \cdot x + q = 0$ ,  $a \cdot x^2 + b \cdot x = 0$ ,  $a \cdot x^2 + c = 0$  und  $a \cdot (x - d)^2 + e = 0$  lösen, in einfachen Fällen auch hilfsmittelfrei
- quadratische Zusammenhänge modellieren
  - Optimierungsprobleme und Nullstellensuche
  - Ausgleichsparabeln mithilfe der Parametervariation oder des Regressionsmoduls bestimmen
- Parabel als Ort aller Punkte, die zu einem Punkt und zu einer Geraden gleichen Abstand haben

**Fakultative Erweiterungen:** Deutung des Graphen einer quadratischen Funktion als Überlagerung von Gerade und Parabel

**Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche:** Zahlen und Operationen, Raum und Form, Funktionaler Zusammenhang

**Hinweise zum Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge:** CAS zum Lösen quadratischer Gleichungen, Regressionsmodul

### Kapitel im Schulbuch

9.II Quadratische Funktionen und Gleichungen

## Lernbereich Kreis- und Körperberechnungen

### Intentionen

Es werden Körper und Figuren berechnet, deren Maßzahlen durch Approximation zu bestimmen sind.

Der Umfang oder der Flächeninhalt des Kreises wird durch ein geeignetes Näherungsverfahren bestimmt. Ausgehend von trigonometrischen Beziehungen kann die Annäherung durch regelmäßige n-Ecke einfach und zeitökonomisch gestaltet werden. Es reicht, die Annäherung von innen oder von außen vorzunehmen. Die Schülerinnen und Schüler erkennen, dass zu Flächeninhalt und Umfang des Kreises dieselbe Kreiszahl gehört.

Formeln für Bogenlängen und Kreisausschnitte werden exemplarisch entwickelt.

Die Formeln für das Volumen und den Oberflächeninhalt von Pyramide, Kegel und Kugel werden zu Berechnungen verwendet, deren Begründungen werden aber nicht gefordert. Netze und Schrägbilder werden zur Visualisierung genutzt.

Vor dem Berechnen werden die zu bestimmenden Maßzahlen geschätzt; die Schätzwerte werden mit den berechneten Werten verglichen.

### Kern

- Flächeninhalt und Umfang des Kreises ermitteln
  - Weg zur Kreiszahl
  - Flächeninhalt und Umfang schätzen und berechnen
  - Bogenlänge und Kreisausschnitt
  - Bogenmaß
- Maßzahlen ausgewählter Körper schätzen und berechnen
  - Oberflächeninhalt und Volumen des Zylinders
  - Oberflächeninhalt und Volumen der Pyramide und des Kegels
  - Oberflächeninhalt und Volumen der Kugel

**Fakultative Erweiterungen:** Weg zum Volumen von Pyramide, Kegel und Kugel; Weg zum Oberflächeninhalt von Kegel und Kugel

**Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche:** Größen und Messen

**Hinweise zum Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge:** Einsatz abhängig vom gewählten Näherungsverfahren; CAS zur Lösung von Gleichungen

### *Kapitel im Schulbuch*

10.III Kreis- und Körperberechnungen

## Lernbereich Exponentielle Zusammenhänge

### Intentionen

Ausgehend von der Idee des prozentualen positiven bzw. negativen Zuwachses wird exponentielles Wachstum iterativ eingeführt und auch explizit beschrieben sowie gegen lineares Wachstum abgegrenzt.

Die iterativ beschriebene Überlagerung aus exponentiellem und linearem Wachstum in der Form  $b(n) = b(n-1) + w \cdot b(n-1) + d$  mit  $w \geq -1$  bzw.  $b(n) = k \cdot b(n-1) + d$  mit  $k \geq 0$  führt auf vier Fälle, die in Abhängigkeit des Anfangswertes sowie der Parameter  $d$  und  $w$  bzw.  $k$  untersucht und mit Sachsituationen verknüpft werden. Zusammenhänge zwischen iterativer und expliziter Beschreibung begrenzten Wachstums werden hergestellt. In den Fällen, in denen sich begrenztes Wachstum ergibt, kann die Grenze  $G$  bestimmt werden.

Die Grenzprozesse bei exponentiellem Zerfall und begrenztem Wachstum werden im Lernbereich „Näherungsverfahren als Grenzprozesse – Zahlbereichserweiterungen“ wieder aufgegriffen.

Die leitenden Fragestellungen bei der Untersuchung der Auswirkungen von Parametervariationen auf Funktionsgraphen und Funktionsgleichungen, die den Schülerinnen und Schülern von den linearen und quadratischen Funktionen bekannt sind, werden hier auf exponentielle Zusammenhänge übertragen. Ein vertieftes Verständnis wird durch den Darstellungswechsel Gleichung – Graph – Tabelle gefördert.

Die Schülerinnen und Schüler sollen die Bedeutung der Parameter erläutern und insbesondere die Graphen der durch  $f$  mit  $f(x) = a \cdot b^x$  für positive  $b$  definierten Funktionen skizzieren können.

Die Rechengesetze für Potenzen werden genutzt, um Erkenntnisse über die Funktionen oder einen zugehörigen Sachzusammenhang zu gewinnen.

Das Wurzelziehen und das Logarithmieren werden als Umkehroperationen zum Potenzieren genutzt. Dieser Lernbereich bietet vielfältige Möglichkeiten zur Modellierung.

### Kern

- exponentielle Wachstums- und Abnahmeprozesse modellieren
  - Sachsituationen iterativ und explizit modellieren
  - lineare und exponentielle Prozesse voneinander abgrenzen
  - Überlagerung von linearem und exponentiellem Wachstum untersuchen
  - Bestimmen der Grenze  $G$  beim begrenzten Wachstum
  - Vergleich der expliziten und iterativen Darstellung
- Exponentialfunktionen untersuchen – Parametervariation
  - Zusammenhang von Funktionsgleichung und –graph
  - hilfsmittelfreies Skizzieren der Graphen
  - Funktionsgleichungen aus zwei Punkten bestimmen, in einfachen Fällen hilfsmittelfrei
  - Ausgleichsfunktionen mithilfe des Regressionsmoduls oder Parametervariation bestimmen
- mit Potenzen rechnen
  - Rechengesetze exemplarisch begründen
  - Gleichungen umformen und lösen, in einfachen Fällen auch hilfsmittelfrei

**Fakultative Erweiterungen:** Spinnweb-Diagramme, iterative Modellierung des logistischen Wachstums

**Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche:** Zahlen und Operationen; funktionaler Zusammenhang

**Hinweise zum Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge:** Tabellenkalkulation, CAS zum Lösen von Gleichungen, Regressionsmodul

### Kapitel im Schulbuch

10.II Potenzen und Potenzfunktionen

10.IV Exponentialfunktionen und Wachstumsprozesse

## Lernbereich Periodische Zusammenhänge

### Intentionen

Ausgehend von den trigonometrischen Beziehungen am rechtwinkligen Dreieck wird am Einheitskreis die vorzeichenbehaftete Länge der Gegenkathete in Abhängigkeit vom Winkel als Funktion gedeutet.

Die an den linearen und quadratischen Funktionen sowie Exponentialfunktionen gewonnenen Erkenntnisse über Parametervariationen werden hier übertragen und um die Streckung bzw. Stauchung entlang der Rechtsachse ergänzt. Ein vertieftes Verständnis wird durch den Darstellungswechsel Gleichung – Graph – Tabelle gefördert.

Bei der Modellierung können die Schülerinnen und Schüler erstmalig in der Realität auftretende periodische Abläufe (Ebbe und Flut, Temperaturentwicklung im Laufe eines Tages/eines Jahres, Höhe des Sonnenstands etc.) mathematisch erfassen.

Das Lösen der auftretenden Gleichungen erfolgt mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge, wobei insbesondere auf eine angemessene Darstellung der Lösung im Hinblick auf die Periodizität der Funktion und auf die sachangemessene Wahl des Arguments geachtet wird.

### Kern

- Sinus- und Kosinusfunktion als periodische Funktion
  - Definition am Einheitskreis
  - Verschiebung des Graphen der Sinusfunktion zum Graphen der Kosinusfunktion
  - Darstellung im Grad- und Bogenmaß
- Sinusfunktion untersuchen – Parametervariation
  - Zusammenhang von Funktionsgleichung und -graph für  $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot (x - c)) + d$
  - einfache Funktionsgraphen hilfsmittelfrei skizzieren
- periodische Zusammenhänge modellieren

**Fakultative Erweiterungen:** Modellierung mithilfe des Regressionsmoduls

**Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche:** Funktionaler Zusammenhang

**Hinweise zum Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge:** DGS zur Visualisierung; Regressionsmodul

### *Kapitel im Schulbuch*

10.V Trigonometrische Funktionen

## Lernbereich Näherungsverfahren als Grenzprozesse – Zahlbereichserweiterungen

### Intentionen

Zahlen können durch Grenzprozesse beschrieben werden.

In diesem Lernbereich werden einige früher unterrichtete Inhalte, die bisher eher naiv verstanden wurden und bei denen Grenzprozesse eine wichtige Rolle spielen, vertieft und neu strukturiert.

Dabei wird jetzt einerseits die Notwendigkeit der Zahlbereichserweiterungen begründet und andererseits der Grenzwert als eine Zahl eingeführt, der man sich mit einem Näherungsverfahren beliebig dicht annähert. Ziel ist ein verständiger und nachhaltiger Umgang mit Grenzprozessen, der sich auf die Anschauung gründet. Aus diesem Grund sollte auch die Limes-Schreibweise möglichst spät ein- geführt werden.

Bisher wurde mit Wurzeltermen naiv gerechnet. Jetzt wird die Irrationalität ausgewählter Quadratwurzeln exemplarisch behandelt und Quadratwurzeln werden (etwa durch das Heron-Verfahren) durch einen Grenzprozess angenähert.

Die frühere Erfahrung, dass es auch rationale Zahlen ohne eindeutige Darstellung gibt, wird hier aufgegriffen und die Identität  $0,\overline{9} = 1$  nun als Ergebnis eines Grenzprozesses gedeutet. Der zur Kreiszahl  $\pi$  führende Grenzprozess wird nun als solcher identifiziert.

Der exponentielle Zerfall und das begrenzte Wachstum werden als Grenzprozesse betrachtet.

Auch die Frage nach dem Grenzverhalten des Graphen von  $f$  mit  $f(x) = \frac{1}{x}$  festigt exemplarisch die Vorstellungen über Grenzprozesse.

Die Überlegungen zu Grenzprozessen bereiten die Argumentationsstrukturen der Analysis vor: Dadurch wird der spätere Übergang sowohl von mittleren zu lokalen Änderungsraten als auch die Grundidee der Integralrechnung anschaulich und verständlich.

### Kern

- Gemeinsamkeiten und Unterschiede ausgewählter Grenzprozesse beschreiben
  - ein Verfahren zur Annäherung an irrationale Quadratwurzeln
  - die Identität  $0,\overline{9} = 1$  als Grenzprozess
  - die Kreiszahl  $\pi$  als Ergebnis eines Grenzprozesses
  - exponentieller Zerfall und begrenztes Wachstum als Grenzprozesse
  - Grenzverhalten des Graphen von  $f$  mit  $f(x) = \frac{1}{x}$
- Zahlbereichserweiterungen erläutern
  - eine exemplarische Irrationalitätsbegründung
  - Erweiterung der Zahlbereiche zu den reellen Zahlen
  - Rückblick auf frühere Zahlbereichserweiterungen

**Fakultative Erweiterungen:** Grenzverhalten der Graphen von  $f$  und  $g$  mit  $f(x) = a \pm \frac{b}{x}$  und  $g(x) = a \cdot b^x; b > 0$

**Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche:** Zahlen und Operationen

**Hinweise zum Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge:** Einsatz abhängig vom gewählten Näherungsverfahren

### Kapitel im Schulbuch

9.I Reelle Zahlen

10.III Kreis- und Körperberechnungen

10.IV Exponentialfunktion und Wachstumsprozesse