

Jahrgang 11

Stand: 02.09.2018

Seite **1** von 26

Inhaltsverzeichnis

Allgemeine Hinweise	2
Zum schulinternen Curriculum	2
Hinweis zu den prozessbezogenen Kompetenzen	2
Übersicht über die Kompetenzen	2
Hinweis zum möglichen Einsatz von digitalen Mathematikwerkzeugen	3
Schulbücher & Material	3
Formalia	4
Verpflichtende Notationen & Formeln an der HLS	4
Gestaltung und Struktur der Dokumentation	7
Gestaltung und Struktur der GTR-Dokumentation	8
Abfolge der Themen & Lernbereiche.....	9
Kapitel der Schulbücher	10
11.II Funktionen	10
11.III Ganzrationale Funktionen und ihre Graphen	11
11.IV Ableitung - Differenzialrechnung.....	12
11.V Untersuchen von Funktionen	14
11.I Beschreibende Statistik.....	15
Aus dem Kerncurriculum.....	18
Prozessbezogene Kompetenzen	18
Inhaltsbezogene Kompetenzen	19
Lernbereiche	22

Allgemeine Hinweise

Zum schulinternen Curriculum

Abschnitt Formalia

Die Schülerinnen und Schüler sollen möglichst klassenübergreifend, und damit unabhängig von der Lehrkraft, dieselben Notationen und Vorgehen lernen und nutzen. Die in diesem Abschnitt aufgeführten Formalia basieren auf den Notationen im Schulbuch, den bisherigen Absprachen der Fachschaft Mathematik sowie Vorschlägen der Arbeitsgruppe zum entsprechenden schulinternen Curriculum.

Abschnitt Abfolge der Themen und Lernbereiche

Übersicht über die Strukturierung des Schuljahres.

Möglicher Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge

Der GTR soll bzw. GTR-Apps sollen in allen Themenbereichen zum Einsatz kommen. Daneben bieten sich einzelne Themen bzw. Kapitel für den Einsatz weiterer Technologien an (CAS: Computer-Algebra-System; DGS: Dynamische Geometrie-Software; TK: Tabellenkalkulation).

Abschnitt Kapitel der Schulbücher

Übersicht auf max. zwei Seiten über das jeweilige Kapitel. Daneben finden sich die Zuordnungen der Lern- und Kompetenzbereiche. Lediglich die allgemeinen prozessbezogenen Kompetenzen müssen zusätzlich im Blick behalten werden.

Abschnitt Aus dem Kerncurriculum

Aus dem Kerncurriculum für die Sekundarstufe II am Gymnasium vom Niedersächsischen Kultusministerium wurden die Lernbereiche sowie die inhalts- und prozessbezogenen Kompetenzen in dieses Curriculum übertragen und mit einer eindeutigen Nummerierung versehen.

Hinweis zu den prozessbezogenen Kompetenzen

Eine konkrete Zuordnung der prozessbezogenen Kompetenzen zu einzelnen Kapiteln in den Schulbüchern ist nur in wenigen Fällen sinnvoll. Oftmals werden diese zu vermittelnden Kompetenzen jeweils an vielen Stellen automatisch in den Unterricht integriert.

Übersicht über die Kompetenzen

Prozessbezogene Kompetenzbereiche

K1	Mathematisch argumentieren
K2	Probleme mathematisch lösen
K3	Mathematisch modellieren
K4	Mathematische Darstellungen verwenden
K5	Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen
K6	Kommunizieren

inhaltsbezogene Kompetenzbereiche

L1	Algorithmus und Zahl
L2	Messen
(L3)	(Raum und Form) <i>wird nicht in Jahrgang 11 geschult</i>
L4	Funktionaler Zusammenhang
L5	Daten und Zufall

Hinweis zum möglichen Einsatz von digitalen Mathematikwerkzeugen

In den Darstellungen der einzelnen Kapitel erfolgen Hinweise, an welchen Stellen sich der Einsatz von digitalen Mathematikwerkzeugen neben dem GTR (bzw. einer GTR-App) anbietet. Hierzu zählen CAS (Computer-Algebra-System, z. B. geogebra) und die Tabellenkalkulation.

Schulbücher & Material

LS11	Lambacher Schweizer 11 Einführungsphase (G9 Niedersachsen), Klett 2018 [978-3-12- 735521 -5]
AH11	Bislang ist kein Arbeitsheft vorgesehen
VP	Vertretungsmaterial Jahrgang 6-10 Helmut Postel – Aufgabensammlung Mathematik, Schroedel 2012 [978-3-507- 73243 -8]
GTR	grafikfähiger Taschenrechner TI-84 Plus bzw. TI-Nspire bzw. GTR-App für das iPad
BM	In den iPad-Klassen wird anstelle der Arbeitshefte der Online-Mathematiktrainer „bettermarks“ verwendet.

Formalia

Verpflichtende Notationen & Formeln an der HLS

	Notation	Hinweis	in
Äquivalenzumformung		vgl. Kapitel: Gestaltung und Struktur der Dokumentation	7.VI.5 8.I.5
Bedingte Wahrscheinlichkeit	$P(A \text{ unter der Bedingung } B) = P(A B)$		9.III.2
Betrag	$ a = -a = a \text{ für } a \geq 0$		7.IV.2
Bild		Bilder werden mit einem Apostroph gekennzeichnet (z.B. Bildpunkt A', Bildgerade g', Bilddreieck A'B'C')	6.IV.3
1. binomische Formel 2. binomische Formel 3. binomische Formel	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$		7.VI.3 8.I.3
Brüche		3-Kästchenschreibweise?	5.V
Ergebnismenge	$S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$	Bezeichnung lt. LS7 mit S	7.V.1
Erweitern	$\frac{2}{7} = \frac{2 \cdot 3}{7 \cdot 3} = \frac{6}{21}$	Notation lt. LS5	5.V.2
Flächeninhalt s. Drache	$A = ef$	Skizze Einheiten in der Rechnung sind nicht unbedingt notwendig, im Ergebnis sollen sie angegeben werden.	7.III.3
Flächeninhalt Dreieck	$A = \frac{1}{2}gh$ (konkret: $A = \frac{1}{2}ah_a = \dots$)	Skizze Einheiten in der Rechnung sind nicht unbedingt notwendig, im Ergebnis sollen sie angegeben werden.	7.III.3
Flächeninhalt Rechteck Flächeninhalt Quadrat	$A = a \cdot b$ $A = a \cdot a \text{ oder } A = a^2$	Zudem wird in der Regel eine Skizze verlangt. (Vorbereitung auf das Vorgehen zur Bearbeitung von komplexeren Aufgaben.) Das Mitführen von Einheiten während der Rechnung ist nicht unbedingt notwendig, im Ergebnis sollen sie angegeben werden.	5.IV.3
ganze Zahlen	$\mathbb{Z} = \{\dots; -2; -1; 0; 1; 2; \dots\}$		7.IV.1
Gerade	g	Bezeichnung mit kleinen Buchstaben	5.II.1
ggT – größter gemeinsamer Teiler	$ggT(20; 30) = 5$	Der größte gemeinsame Teiler sollte von gemeinsamen Teiler abgegrenzt werden.	6.I.5
kgV – kleinstes gemeinsames Vielfaches	$kgV(8; 12) = 24$	Das kleinste gemeinsame Vielfache sollte vom gemeinsamen Vielfachen abgegrenzt werden.	6.I.5

Komplementärregel	$P(\text{Ereignis}) + P(\text{Gegenereignis}) = 1 = 100\%$ bzw.: $P(\text{Ereignis}) + P(\overline{\text{Ereignis}}) = 1 = 100\%$		7.V.3
Koordinatensystem		Richtung kennzeichnen, Achsen beschriften (x & y oder mit entsprechender Einheit), Skalierung deutlich machen	5.II.3
Kürzen	$\frac{12}{27} = \frac{12 : 3}{27 : 3} = \frac{4}{9}$	Notation lt. LS5	5.V.2
natürliche Zahlen	$\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; \dots\}$	Im Schulbuch wird die 0 als natürliche Zahl angesehen. (vgl. LS5 S.8)	5.I.1
nicht ...	$\bar{6}$	z. B. das Ereignis „keine 6 würfeln“	7.V.1
parallel	$\parallel$		5.II.1
nicht parallel	$\nparallel$		5.II.1
Punkt	$P(2 7)$		5.II.3
Quadratische Gleichungen	$x^2 = 4$ $\Leftrightarrow x = -2 \vee x = 2$	Die abkürzende Schreibweise bei der Verwendung der pq-Formel ist aber gestattet: $x_{1,2} = \dots$	9.II.1
rationale Zahlen	$\mathbb{Q}$ = alle als Bruch darstellbare positive und negative Zahlen		7.IV.1
senkrecht	$\perp$		5.II.1
Strecke Strahl / Halbgerade	$\overline{AB}$ $ \overline{AB} \text{ bzw. } \overline{AB} $	Eine Strecke oder ein Strahl können wahlweise auch mit kleinen Buchstaben bezeichnet werden.	5.II.1
Summenregel	$P(\text{„kein Pasch“})$ $= P(WZ) + P(ZW)$ $= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$	Die Summenregel (Bsp.: zweifaches Werfen einer Münze) sollte zunächst ausführlich und schrittweise notiert werden.	7.V.3
Teilermenge (von 24)	$T_{24} = \{1; 2; 4; 6; 8; 12; 24\}$		6.I.1
teilt teilt nicht	$4 \mid 28$ $4 \nmid 30$	4 teilt 28 bzw. 4 ist Teiler von 28 4 ist kein Teiler von 30	6.I.1
Terme berechnen	$3 + 7 \cdot (12 - 8)$ $= 3 + 7 \cdot 4$ $= 3 + 28$ $= 31$	Die Berechnung von Termen erfolgt grundsätzlich untereinander.	5.III.1
Umfang Rechteck Umfang Quadrat	$U = 2 \cdot a + 2 \cdot b$ $U = 4 \cdot a$	Zudem wird in der Regel eine Skizze verlangt. (Vorbereitung auf das Vorgehen zur Bearbeitung von komplexeren Aufgaben.) Das Mitführen von Einheiten während der Rechnung ist nicht unbedingt notwendig, im Ergebnis sollen sie an-	5.IV.4

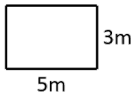
		gegeben werden.	
Vielfachmenge (von 5)	$V_5 = \{5; 10; 15; 20; 25; \dots\}$		6.I.1
Volumen Quader (Volumen Würfel)	$V = a \cdot b \cdot c$ $V = a \cdot a \cdot a$ oder $V = a^3$		5.IV.7
Wahrscheinlichkeit	$P(\text{Kopf}) = \frac{1}{2} = 0,5 = 50\%$	Es sollte immer auf die 3 Möglichkeiten der Angabe hingewiesen werden!	7.V.2
Winkel	$\sphericalangle gh$ $\sphericalangle ASB$	Links-drehung beachten! Winkel zwischen den Schenkeln g und h Winkel am Scheitelpunkt S zwischen zwei Schenkeln durch die Punkte A und B	6.II.2
Zuordnung	Anzahl der Eiskugeln $\mapsto$ Preis [in €]	Ausgangswerte $\mapsto$ zugeordnete Werte	
Zuordnungsvorschrift	$s \mapsto s \cdot s$	Der Seitenlänge s eines Quadrats wird der Flächeninhalt $s \cdot s$ zugeordnet.	7.I.3

Gestaltung und Struktur der Dokumentation

Für die Dokumentation der Lösung wird erwartet:

- die Darstellung eines geeigneten mathematischen Ansatzes,
- die nachvollziehbare Dokumentation des Lösungswegs (dabei ist eine Notation von GTR-Tastenfolgen nicht sinnvoll) sowie
- die Angabe des Ergebnisses.

Grundsätzlich ist also der mathematische Ansatz anzugeben bzw. der Lösungsweg nachvollziehbar zu dokumentieren, außer bei den Operatoren Nennen, Angeben, Beschreiben (hier sind lediglich Ergebnisse zu dokumentieren). (Quelle: <http://www.schule-bw.de/unterricht/faecher/mathematik/pruefung/abitur/anford/anforderungen.pdf>)

Hinweis	
Äquivalenzumformung	Gleichung $5x + 2 = 2x + 8 \quad - 2$ Äquivalenzumformung Auf beiden Seiten der Gleichung wird die Zahl 2 subtrahiert $\Leftrightarrow (5x + 2) - 2 = (2x + 8) - 2 \quad \text{ TU}$ Termumformung $\Leftrightarrow 5x = 2x + 6 \quad - 2x$ Auf beiden Seiten der Gleichung wird der Term $2x$ subtrahiert $\Leftrightarrow (5x) - 2x = (2x + 6) - 2x \quad \text{ TU}$ Termumformung $\Leftrightarrow 3x = 6 \quad : 3$ Auf beiden Seiten der Gleichung werden durch die Zahl 3 dividiert $\Leftrightarrow (3x) : 3 = (6) : 3 \quad \text{ TU}$ Termumformung $\Leftrightarrow 1x = 2$
	Bestimmen von Extremstellen Der Ansatz zum Bestimmen von Extremstellen ist wie folgt anzugeben: (1) notwendige Bedingung: $f'(x) = 0$ $\Rightarrow$ Term der Ableitungsfunktion = 0 (2) hinreichende Bedingung: $f'(x) = 0 \wedge f''(x) \neq 0$ $\Rightarrow f''(\text{aus (1) ermittelte Werte}) = \dots$ Die Bestimmen von Wendestellen erfolgt analog.
	Lineal Das Lineal wird in allen Situationen genutzt, wo längere gerade Linien gezogen werden müssen (Koordinatensystem, schriftliches Rechnen, größere Brüche, Skizzen, ...).
	Teilüberschriften Mit steigender Komplexität von Aufgaben sind in der Regel mehrere Schritte zur Lösung einer Aufgabe notwendig. Für die Dokumentation des Vorgehens sind Teilüberschriften sinnvoll. Dieses sollte frühestmöglich geübt werden, zum Beispiel bei Flächen. Beispiel: Bestimme den Umfang und den Flächeninhalt eines Rechtecks mit den Seitenlängen 3 m und 5 m. Aufgabenlösung Skizze  Umfang $U = 2 \cdot a + 2 \cdot b$ $U = 2 \cdot 3m + 2 \cdot 5m = 16m$

	<u>Flächeninhalt</u> $A = a \cdot b$ $A = 3m \cdot 5m = 15m^2$ Der Umfang des Rechtecks beträgt 16 m, der Flächeninhalt 15 m².	
Zeichnen und Schreiben	Gezeichnet wird immer mit Bleistift und Lineal (solange sinnvoll)! Geschrieben wird mit Füller oder ähnlichem Bleistift: HB oder Druckbleistift 0,5 mm (-> Aufnahme in die Begrüßungsmappe für Jahrgang 5) Lineal: Geodreieck	

Gestaltung und Struktur der GTR-Dokumentation

Die Notation von entsprechenden Menüs oder GTR-Tastenfolgen ist nicht sinnvoll. Wegen der Eindeutigkeit der Befehle ist es ausreichend, diese unter Angabe des GTR-Einsatzes zu benennen.

Beispiel/Fall	Notation
graphische Bestimmung eines Schnittpunktes der Graphen zweier Funktionen	GTR: intersect
Lösen eines LGS mithilfe einer erweiterten Koeffizientenmatrix	GTR: rref

Anschließend muss die Nennung der entsprechenden Angabe der Lösung des GTR erfolgen.

Abfolge der Themen & Lernbereiche

Die angegebene Reihenfolge sollte eingehalten werden.

Jahrgang Kapitel	Thema im Schulbuch	Schwerpunkt im Lernbereich (lt. KC)	Zeitbedarf (ca. in Wochen)
11.II	Funktionen	• Elementare Funktionenlehre	4
11.III	Ganzrationale Funktionen und ihre Graphen	• Elementare Funktionenlehre	5
11.IV	Ableitung – Differenzialrechnung	• Ableitungen	8
11.V	Untersuchen von Funktionen	• Elementare Funktionenlehre • Ableitungen	8
11.I	Beschreibende Statistik	• Beschreibende Statistik	3

Kapitel der Schulbücher

11.II Funktionen

Kapitel im Buch	Thema
11.I.1	Funktionen
11.I.2	Potenzfunktionen mit natürlichem Exponenten
11.I.3	Potenzfunktionen mit negativem Exponenten
11.I.4	Wurzelfunktionen
11.I.5	Parametervariationen
	Exkursion: Umkehrfunktion

Aus dem KC

Kern im Lernbereich Elementare Funktionenlehre	in 11.II. _
- Potenzfunktionen - Graphen von Potenzfunktionen f mit $f(x) = x^n$ für $n \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ hilfsmittelfrei skizzieren - Globalverhalten und Symmetrie beschreiben - Wurzelfunktionen als spezielle Potenzfunktionen darstellen - exemplarisch die Funktionen f und g mit $f(x) = \sqrt{x}$ und $g(x) = \sqrt[3]{x}$ beschreiben und ihre Graphen hilfsmittelfrei skizzieren	2-4
- Vergleich von Potenz-, Exponential- und Sinusfunktionen - Parametervariationen für Funktionen g mit $g(x) = a \cdot f(b \cdot (x - c) + d)$ exemplarisch durchführen sowie Gemeinsamkeiten und Unterschiede in der Auswirkung der Parametervariationen auf die Graphen zu verschiedenen Funktionsklassen - funktionale Zusammenhänge in Anwendungssituationen unter Verwendung von Eigenschaften bestimmter Funktionen identifizieren	5

Prozessgezogene Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler ...	in 11.II. _
Mathematische Darstellungen verwenden	
K4-2 nutzen Tabellen, Graphen und Terme zur Darstellung von Funktionen, auch unter Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge.	1-5
K4-3 identifizieren und klassifizieren Funktionen, die in Tabellen, Termen, Gleichungen und Graphen dargestellt sind.	1-5
K4-4 wechseln zwischen den Darstellungsformen.	1-5
Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen	
K5-2 nutzen Tabellen, Graphen, Terme und Gleichungen zur Bearbeitung funktionaler Zusammenhänge, auch unter Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge.	2-4

Inhaltsbezogene Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler ...	in 11.II. _
Funktionaler Zusammenhang	
L4-1 erkennen in Anwendungssituationen funktionale Zusammenhänge als Zuordnungen zwischen Zahlen bzw. Größen in Tabellen, Graphen, Diagrammen und Sachtexten,	2, 3

	beschreiben diese verbal, erläutern und beurteilen sie.	
L4-2	beschreiben Symmetrie und Globalverhalten von Potenzfunktionen f mit $f(x) = x^n$ für $n \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$	2, 3
L4-3	führen Parametervariationen für Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten und $y = a \cdot f(b \cdot (x - c) + d)$ auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen durch, beschreiben und begründen die Auswirkungen auf den Graphen und verallgemeinern dieses unter Bezug auf die Funktionen des Sekundarbereichs I.	5
L4-4	beschreiben die Eigenschaften von ausgewählten Wurzelfunktionen als Eigenschaften spezieller Potenzfunktionen	4

11.III Ganzrationale Funktionen und ihre Graphen

Kapitel im Buch	Thema
11.II.1	Summen und Differenzen von Funktionen
11.III.2	Ganzrationale Funktionen und ihr Verhalten für $x \rightarrow \pm\infty$
11.III.3	Symmetrie von Graphen
11.III.4	Nullstellen ganzrationaler Funktionen
11.III.5	Linearfaktoren – Anzahl der Nullstellen
11.III.6	Ermitteln von Funktionsgleichungen
	(Exkursion: Polynomdivision)

Aus dem KC

Kern im Lernbereich Elementare Funktionenlehre	in 11.III. _
- Ganzrationale Funktionen - die Graphen von ganzrationalen Funktionen als Überlagerung von Graphen von Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten deuten - Sachsituationen mit ganzrationalen Funktionen beschreiben - in Anwendungssituationen funktionale Zusammenhänge in Tabellen, Graphen und Sachtexten erkennen und mithilfe ganzrationaler Funktionen modellieren - das Globalverhalten anhand der Termdarstellung beschreiben - mögliche Symmetrien des Graphen zur y-Achse und zum Ursprung begründen - Zusammenhang von Funktionsgleichung und Graph anhand der Termdarstellung in allgemeiner und in faktorisierter Form erläutern	1-3, 5
- Gleichungen und lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen mithilfe der aus dem Sekundarbereich I bekannten Verfahren lösen - lineare Gleichungssysteme mit mehr als zwei Variablen unter Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge lösen - Nullstellen bestimmen und deren Zusammenhang mit der faktorisierten Termdarstellung beschreiben	4, 6

Prozessgezogene Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler ...	in 11.III. _
Mathematische Darstellungen verwenden	
K4-2 nutzen Tabellen, Graphen und Terme zur Darstellung von Funktionen, auch unter Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge.	1-3
K4-3 identifizieren und klassifizieren Funktionen, die in Tabellen, Termen, Gleichungen und	6

	Graphen dargestellt sind.	
K4-4	wechseln zwischen den Darstellungsformen.	1-3, 6
Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen		
K5-2	nutzen Tabellen, Graphen, Terme und Gleichungen zur Bearbeitung funktionaler Zusammenhänge, auch unter Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge.	1, 6
K5-4	nutzen Termumformungen zum Lösen von Gleichungen.	4, 5

Inhaltsbezogene Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler ...		in 11.III. __
Algorithmus und Zahl		
L1-1	lösen Gleichungen und lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen mithilfe der aus dem Sekundarbereich I bekannten Verfahren.	6
L1-2	lösen lineare Gleichungssysteme mit mehr als zwei Variablen unter Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge.	6
Funktionaler Zusammenhang		
L4-6	deuten die Graphen von ganzrationalen Funktionen als Überlagerung von Graphen von Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten.	1
L4-7	bestimmen Nullstellen ganzrationaler Funktionen und beschreiben deren Zusammenhang mit der faktorisierten Termdarstellung	4, 5
L4-8	beschreiben das Globalverhalten ganzrationaler Funktionen anhand derer Termdarstellung.	2
L4-9	begründen mögliche Symmetrien des Graphen ganzrationaler Funktionen zur y-Achse und zum Ursprung.	3
L4-10	wenden ganzrationale Funktionen zur Beschreibung von Sachsituationen an.	6

11.IV Ableitung - Differenzialrechnung

Kapitel im Buch	Thema
11.III.1	Differenzquotient – mittlere Änderungsrate
11.III.2	Ableitung – lokale Änderungsrate
11.III.3	Die Ableitungsfunktion
11.III.4	Ableitungsregeln
11.III.5	Tangenten und Normalen
11.III.6	Ableitung trigonometrischer Funktionen
	Exkursion: Der um die Ableitung

Aus dem KC

Kern im Lernbereich Ableitungen	in 11.IV. _
- Ableitung an einer Stelle - mittlere und lokale Änderungsraten in Sachzusammenhängen bestimmen - mittlere und lokale Änderungsraten mithilfe des Differenzenquotienten bestimmen	1, 2

○ Sekanten- und Tangentensteigungen bestimmen ○ Ableitungen als lokale Änderungsraten und Tangentensteigungen auch in Sachzusammenhängen deuten ○ die Schreibweisen $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ und $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ interpretieren, erläutern und anwenden.	
• Ableitungsfunktionen ○ wechselseitig den Ableitungsgraphen und den Funktionsgraphen auseinander entwickeln und dabei Zusammenhänge beschreiben und begründen ○ für die Funktionen f mit $f(x) = x^2$ und $f(x) = \frac{1}{x}$ die Ableitungen mithilfe des Differenzenquotienten herleiten ○ Summen- und Faktorregel mindestens anschaulich begründen und anwenden ○ die Ableitung als Funktion in Abhängigkeit von der Stelle angeben ○ die Ableitung der Funktionen f mit $f(x) = x^n$ für $n \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$, mit $f(x) = \sqrt{x}$ und $f(x) = \sin(x)$ sowie $f(x) = \cos(x)$ angeben	3, 4, 6
• Verwendung von Ableitungen ○ Gleichungen von Tangenten und Normalen bestimmen	5

Prozessbezogene Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler ...	in 11.IV. __
Mathematische Darstellungen verwenden	
K4-2 nutzen Tabellen, Graphen und Terme zur Darstellung von Funktionen, auch unter Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge.	1-3
Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen	
K5-2 nutzen Tabellen, Graphen, Terme und Gleichungen zur Bearbeitung funktionaler Zusammenhänge, auch unter Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge.	1, 2
K5-4 nutzen Termumformungen zum Lösen von Gleichungen.	5

Inhaltsbezogene Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler ...	in 11.IV. __
Algorithmus und Zahl	
L1-5 nutzen Grenzwerte auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs bei der Bestimmung von Ableitungen.	2
Messen	
L2-2 bestimmen Sekanten- und Tangentensteigungen sowie die mittlere und lokale Änderungsrate.	1, 2
Funktionaler Zusammenhang	
L4-11 beschreiben und interpretieren mittlere Änderungsraten und Sekantensteigungen in funktionalen Zusammenhängen, die als Tabelle, Graph oder Term dargestellt sind, und erläutern sie an Beispielen.	1
L4-12 beschreiben und interpretieren mithilfe eines propädeutischen Grenzwertbegriffs die Entwicklung der lokalen Änderungsrate aus mittleren Änderungsraten.	2
L4-13 beschreiben und interpretieren mithilfe eines propädeutischen Grenzwertbegriffs die Entwicklung der Tangentensteigung aus Sekantensteigungen.	2, 3
L4-14 beschreiben und interpretieren die Ableitung als lokale Änderungsrate sowie als	2, 3

	Tangentensteigung und erläutern diesen Zusammenhang an Beispielen.	
L4-15	bestimmen die Gleichungen von Tangenten und Normalen.	5
L4-16	beschreiben den Zusammenhang zwischen lokalen Änderungsraten einer Funktion und der zugehörigen Ableitungsfunktion.	3
L4-17	entwickeln Graph und Ableitungsgraph auseinander, beschreiben und begründen Zusammenhänge und interpretieren diese in Sachzusammenhängen.	3
L4-20	geben die Ableitungsfunktionen der Funktionen f mit $f(x) = x^n$ für $n \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$, mit $f(x) = \sqrt{x}$, $f(x) = \sin(x)$ und $f(x) = \cos(x)$ an.	4, 6
L4-21	begründen anschaulich die Summen- und die Faktorregel zur Berechnung von Ableitungsfunktionen.	4

11.V Untersuchen von Funktionen

Kapitel im Buch	Thema
11.V.1	Monotonie
11.V.2	Lokale Extremstellen
11.V.3	Nachweis von Extremstellen
11.V.4	Die Bedeutung der zweiten Ableitung – Wendestellen
11.V.5	Vom Funktionsterm zum Graphen
11.V.6	Differenzialrechnung im Sachzusammenhang
11.V.7	Extremwertprobleme mit Nebenbedingungen
	(Exkursion: Stetigkeit und Differenzierbarkeit)

Aus dem KC

Kern im Lernbereich Ableitungen	in 11.V. __
- Verwendung von Ableitungen - Funktionen und ihre Graphen auf Monotonie untersuchen - Kriterien für lokale Extrem- und Wendestellen entwickeln und anwenden - Sachprobleme, insbesondere Optimierungsprobleme lösen	1-4, 6, 7
- Ganzrationale Funktionen - Sachsituationen mit ganzrationalen Funktionen beschreiben - in Anwendungssituationen funktionale Zusammenhänge in Tabellen, Graphen und Sachtexten erkennen und mithilfe ganzrationaler Funktionen modellieren - das Globalverhalten anhand der Termdarstellung beschreiben - mögliche Symmetrien des Graphen zur y-Achse und zum Ursprung begründen	5

Prozessgezogene Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler ...	in 11.V. __
Probleme mathematisch lösen	
K2-1 beschaffen zu inner- und außermathematischen Problemen die zu einer Lösung noch fehlenden Informationen.	6, 7
K2-2 wählen geeignete heuristische Strategien wie Zerlegen in Teilprobleme, Spezialisieren und Verallgemeinern, Systematisieren und Strukturieren zum Problemlösen aus und wenden diese an.	6, 7
K2-3 nutzen digitale Mathematikwerkzeuge beim Problemlösen zielgerichtet, auch zur Unterstützung beim systematischen Probieren.	

K2-4	reflektieren ihre Vorgehensweise.	6, 7
Mathematisch modellieren		
K3-1	wählen, variieren und verknüpfen Modelle zur Beschreibung von Anwendungssituationen.	6, 7
K3-2	analysieren und bewerten verschiedene Modelle im Hinblick auf die Anwendungssituationen.	6, 7
K3-3	erkennen funktionale Zusammenhänge in Anwendungssituationen, beschreiben diese und nutzen die globalen und lokalen Eigenschaften bestimmter Funktionen sowie die Variation von Parametern zur Modellierung.	6, 7
Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen		
K5-2	nutzen Tabellen, Graphen, Terme und Gleichungen zur Bearbeitung funktionaler Zusammenhänge, auch unter Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge.	5-7
K5-4	nutzen Termumformungen zum Lösen von Gleichungen.	5-7
K5-5	wählen geeignete Verfahren zum Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen, auch unter Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge.	5-7

Inhaltsbezogene Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler ...		in 11.III. __
Algorithmus und Zahl		
L1-1	lösen Gleichungen und lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen mithilfe der aus dem Sekundarbereich I bekannten Verfahren.	6, 7
L1-2	lösen lineare Gleichungssysteme mit mehr als zwei Variablen unter Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge.	6, 7
L1-3	wenden die Summen-, Faktor- und Potenzregel zur Berechnung von Ableitungsfunktionen an.	3, 6, 7
L1-4	ermitteln Extrem- und Wendepunkte.	3, 4, 6, 7
Funktionaler Zusammenhang		
L4-10	wenden ganzrationale Funktionen zur Beschreibung von Sachsituationen an.	6, 7
L4-15	bestimmen die Gleichungen von Tangenten und Normalen.	6, 7
L4-18	beschreiben und begründen Zusammenhänge zwischen Graph und Ableitungsgraph auch unter Verwendung der Begriffe Monotonie, Extrem- und Wendepunkt.	1, 2, 4
L4-19	begründen notwendige und hinreichende Kriterien für lokale Extrem- und für Wendestellen anschaulich aus der Betrachtung der Graphen zur Ausgangsfunktion und zu den Ableitungsfunktionen.	2, 4

11.I Beschreibende Statistik

Kapitel im Buch	Thema
11.I.1	Erhebung von Daten
11.I.2	Lagemaße
11.I.3	Streuemaße
11.I.4	Klassierte Daten

(Exkursion: Boxplots)

Aus dem KC

Kern im Lernbereich Beschreibende Statistik	in 11.I. __
• Datenerhebung ○ Merkmale festlegen und identifizieren ○ Klassierung der Daten und Repräsentativität der Stichprobe berücksichtigen ○ Häufigkeitsverteilungen in Säulendiagrammen darstellen und interpretieren • Kenngrößen ○ Datenmaterial mithilfe der Kenngrößen Stichprobenumfang n, arithmetisches Mittel, Modalwert, Median, empirische Varianz, empirische Standardabweichung s_n und Spannweite charakterisieren und interpretieren ○ Arithmetisches Mittel, Median und Modalwert als Lagemaße bezüglich ihrer Aussagekraft unterscheiden ○ Empirische Varianz, empirische Standardabweichung s_n und Spannweite als Streumaße bezüglich ihrer Aussagekraft unterscheiden ○ Datensätze mithilfe von Kenngrößen vergleichen	1-4

Prozessgezogene Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler ...	in 11.I. __
Mathematische Darstellungen verwenden	
K4-1 nutzen Tabellen und Grafiken zur Darstellung von Verteilungen, auch unter Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge.	1, 4
Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen	
K5-3 verwenden digitale Mathematikwerkzeuge zur Darstellung und Auswertung von Daten, auch das Regressionsmodul.	1, 4

Inhaltsbezogene Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler ...	in 11.III. __
Messen	
L2-1 bestimmen arithmetisches Mittel, Modalwert, Median, empirische Varianz, empirische Standardabweichung s_n und Spannweite für verschiedene Häufigkeitsverteilungen auch unter Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge.	2, 3
Daten und Zufall	
L5-1 planen exemplarisch eine Datenerhebung und beurteilen vorgelegte Datenerhebungen, auch unter Berücksichtigung der Repräsentativität der Stichprobe.	1
L5-2 stellen Häufigkeitsverteilungen in Säulendiagrammen dar und interpretieren solche Darstellungen.	1
L5-3 charakterisieren und interpretieren Datenmaterial mithilfe der Kenngrößen Stichprobenumfang n , arithmetisches Mittel, Modalwert, Median, empirische Varianz, empirische Standardabweichung und Spannweite.	2, 3
L5-4 unterscheiden Lagemaße sowie Streumaße bezüglich ihrer Aussagekraft.	2, 3

L5-5	beschreiben den Einfluss der Klassenbreite auf die Interpretation des Datenmaterials.	4
L5-6	vergleichen verschiedene Häufigkeitsverteilungen mithilfe der eingeführten Kenngrößen und Darstellungen.	2, 3

Aus dem Kerncurriculum

Prozessbezogene Kompetenzen

Der Großteil der prozessbezogenen Kompetenzen wird in allen Lernbereichen geschult. Eine konkrete Zuordnung erfolgt daher nur, wenn eine prozessbezogene Kompetenz einen Schwerpunkt in einem bestimmten Lernbereich hat.

Mathematisch argumentieren (K1)

Die Schülerinnen und Schüler ...	
K1-1	erläutern präzise mathematische Zusammenhänge und Einsichten unter Verwendung der Fachsprache.
K1-2	kombinieren mathematisches Wissen für Begründungen und Argumentationsketten und nutzen dabei auch formale und symbolische Elemente und Verfahren.
K1-3	erkennen in Sachsituationen kausale Zusammenhänge, geben Begründungen an, überprüfen und bewerten diese.

Probleme mathematisch lösen (K2)

Die Schülerinnen und Schüler ...	
K2-1	beschaffen zu inner- und außermathematischen Problemen die zu einer Lösung noch fehlenden Informationen.
K2-2	wählen geeignete heuristische Strategien wie Zerlegen in Teilprobleme, Spezialisieren und Verallgemeinern, Systematisieren und Strukturieren zum Problemlösen aus und wenden diese an.
K2-3	nutzen digitale Mathematikwerkzeuge beim Problemlösen zielgerichtet, auch zur Unterstützung beim systematischen Probieren.
K2-4	reflektieren ihre Vorgehensweise.

Mathematisch modellieren (K3)

Die Schülerinnen und Schüler ...	
K3-1	wählen, variieren und verknüpfen Modelle zur Beschreibung von Anwendungssituationen.
K3-2	analysieren und bewerten verschiedene Modelle im Hinblick auf die Anwendungssituationen.
K3-3	erkennen funktionale Zusammenhänge in Anwendungssituationen, beschreiben diese und nutzen die globalen und lokalen Eigenschaften bestimmter Funktionen sowie die Variation von Parametern zur Modellierung.

Mathematische Darstellungen verwenden (K4)

Die Schülerinnen und Schüler ...	
K4-1	nutzen Tabellen und Grafiken zur Darstellung von Verteilungen, auch unter Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge.
K4-2	nutzen Tabellen, Graphen und Terme zur Darstellung von Funktionen, auch unter Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge.
K4-3	identifizieren und klassifizieren Funktionen, die in Tabellen, Termen, Gleichungen und Graphen dargestellt sind.
K4-4	wechseln zwischen den Darstellungsformen.

Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5)

Die Schülerinnen und Schüler ...	
K5-1	verwenden mathematische Symbole und Schreibweisen sachgerecht.
K5-2	nutzen Tabellen, Graphen, Terme und Gleichungen zur Bearbeitung funktionaler Zusammenhänge, auch unter Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge.
K5-3	verwenden digitale Mathematikwerkzeuge zur Darstellung und Auswertung von Daten, auch das Regressionsmodul.
K5-4	nutzen Termumformungen zum Lösen von Gleichungen.
K5-5	wählen geeignete Verfahren zum Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen, auch unter Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge.

Kommunizieren (K6)

Die Schülerinnen und Schüler ...	
K6-1	teilen ihre Überlegungen unter Verwendung der Fachsprache anderen verständlich mit.
K6-2	präsentieren Problembearbeitungen unter Verwendung geeigneter Medien.
K6-3	gehen auf Überlegungen anderer zu mathematischen Inhalten ein und überprüfen diese auf Schlüssigkeit und Vollständigkeit.
K6-4	organisieren, beurteilen und bewerten die Arbeit im Team und entwickeln diese weiter.
K6-5	erfassen, interpretieren und reflektieren Texte mit mathematischen Inhalten.

Inhaltsbezogene Kompetenzen

Der Großteil der prozessbezogenen Kompetenzen wird in allen Lernbereichen geschult. Eine konkrete Zuordnung erfolgt daher nur, wenn eine prozessbezogene Kompetenz einen Schwerpunkt in einem bestimmten Lernbereich hat. Die Kompetenz *Raum und Form (L3)* wird in Jahrgang 11 nicht geschult.

Algorithmus und Zahl (L1)

Die Schülerinnen und Schüler ...	
L1-1	lösen Gleichungen und lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen mithilfe der aus dem Sekundarbereich I bekannten Verfahren.
L1-2	lösen lineare Gleichungssysteme mit mehr als zwei Variablen unter Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge.
L1-3	wenden die Summen-, Faktor- und Potenzregel zur Berechnung von Ableitungsfunktionen an.
L1-4	ermitteln Extrem- und Wendepunkte.
L1-5	nutzen Grenzwerte auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs bei der Bestimmung von Ableitungen.

Messen (L2)

Die Schülerinnen und Schüler ...	
L2-1	bestimmen arithmetisches Mittel, Modalwert, Median, empirische Varianz, empirische Standardabweichung s_n und Spannweite für verschiedene Häufigkeitsverteilungen auch unter Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge.
L2-2	bestimmen Sekanten- und Tangentensteigungen sowie die mittlere und lokale Änderungsrate.

Funktionaler Zusammenhang (L4)

Die Schülerinnen und Schüler ...	
L4-1	Schwerpunkt elementare Funktionslehre erkennen in Anwendungssituationen funktionale Zusammenhänge als Zuordnungen zwischen Zahlen bzw. Größen in Tabellen, Graphen, Diagrammen und Sachtexten, beschreiben diese verbal, erläutern und beurteilen sie.
L4-2	beschreiben Symmetrie und Globalverhalten von Potenzfunktionen f mit $f(x) = x^n$ für $n \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$
L4-3	führen Parametervariationen für Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten und $y = a \cdot f(b \cdot (x - c) + d)$ auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen durch, beschreiben und begründen die Auswirkungen auf den Graphen und verallgemeinern dieses unter Bezug auf die Funktionen des Sekundarbereichs I.
L4-4	beschreiben die Eigenschaften von ausgewählten Wurzelfunktionen als Eigenschaften spezieller Potenzfunktionen
L4-5	grenzen Potenz-, Exponential- und Sinusfunktionen gegeneinander ab und nutzen sie zur Beschreibung quantitativer Zusammenhänge.
L4-6	deuten die Graphen von ganzrationalen Funktionen als Überlagerung von Graphen von Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten.
L4-7	bestimmen Nullstellen ganzrationaler Funktionen und beschreiben deren Zusammenhang mit der faktorisierten Termdarstellung
L4-8	beschreiben das Globalverhalten ganzrationaler Funktionen anhand deren Termdarstellung.
L4-9	begründen mögliche Symmetrien des Graphen ganzrationaler Funktionen zur y-Achse und zum Ursprung.
L4-10	wenden ganzrationale Funktionen zur Beschreibung von Sachsituationen an.
L4-11	Schwerpunkt Ableitungen beschreiben und interpretieren mittlere Änderungsraten und Sekantensteigungen in funktionalen Zusammenhängen, die als Tabelle, Graph oder Term dargestellt sind, und erläutern sie an Beispielen.
L4-12	beschreiben und interpretieren mithilfe eines propädeutischen Grenzwertbegriffs die Entwicklung der lokalen Änderungsrate aus mittleren Änderungsraten.
L4-13	beschreiben und interpretieren mithilfe eines propädeutischen Grenzwertbegriffs die Entwicklung der Tangentensteigung aus Sekantensteigungen.
L4-14	beschreiben und interpretieren die Ableitung als lokale Änderungsrate sowie als Tangentensteigung und erläutern diesen Zusammenhang an Beispielen.
L4-15	bestimmen die Gleichungen von Tangenten und Normalen.
L4-16	beschreiben den Zusammenhang zwischen lokalen Änderungsraten einer Funktion und der zugehörigen Ableitungsfunktion.
L4-17	entwickeln Graph und Ableitungsgraph auseinander, beschreiben und begründen Zusammenhänge und interpretieren diese in Sachzusammenhängen.
L4-18	beschreiben und begründen Zusammenhänge zwischen Graph und Ableitungsgraph auch unter Verwendung der Begriffe Monotonie, Extrem- und Wendepunkt.
L4-19	begründen notwendige und hinreichende Kriterien für lokale Extrem- und für Wendestellen anschaulich aus der Betrachtung der Graphen zur Ausgangsfunktion und zu den Ableitungsfunktionen.
L4-20	geben die Ableitungsfunktionen der Funktionen f mit $f(x) = x^n$ für $n \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$, mit $f(x) = \sqrt{x}$, $f(x) = \sin(x)$ und $f(x) = \cos(x)$ an.

L4-21	begründen anschaulich die Summen- und die Faktorregel zur Berechnung von Ableitungsfunktionen.
L4-22	lösen mit der Ableitung Sachprobleme.

Daten und Zufall (L5)

Die Schülerinnen und Schüler ...	
L5-1	planen exemplarisch eine Datenerhebung und beurteilen vorgelegte Datenerhebungen, auch unter Berücksichtigung der Repräsentativität der Stichprobe.
L5-2	stellen Häufigkeitsverteilungen in Säulendiagrammen dar und interpretieren solche Darstellungen.
L5-3	charakterisieren und interpretieren Datenmaterial mithilfe der Kenngrößen Stichprobenumfang n , arithmetisches Mittel, Modalwert, Median, empirische Varianz, empirische Standardabweichung und Spannweite.
L5-4	unterscheiden Lagemaße sowie Streumaße bezüglich ihrer Aussagekraft.
L5-5	beschreiben den Einfluss der Klassenbreite auf die Interpretation des Datenmaterials.
L5-6	vergleichen verschiedene Häufigkeitsverteilungen mithilfe der eingeführten Kenngrößen und Darstellungen.

Lernbereiche

Lernbereich Beschreibende Statistik

Intentionen

Datenerhebungen werden exemplarisch geplant und beurteilt.

Die erhobenen Daten lassen sich auf unterschiedliche Weisen durch Säulendiagramme darstellen sowie durch Lage- und Streumaße aufbereiten. Je nach Wahl der Lage- und Streumaße können sich bei gleichem Datenmaterial unterschiedliche Aussagen und Interpretationen ergeben.

Deshalb wird die Aussagekraft der Lagemaße „arithmetisches Mittel“, „Modalwert“ und „Median“ sowie der Streumaße „empirische Varianz“, „empirische Standardabweichung“ und „Spannweite“ thematisiert.

Das arithmetische Mittel und die empirische Standardabweichung von Häufigkeitsverteilungen bereiten die analogen Begriffe bei Wahrscheinlichkeitsverteilungen vor.

Kern

- Datenerhebung
 - Merkmale festlegen und identifizieren
 - Klassierung der Daten und Repräsentativität der Stichprobe berücksichtigen
 - Häufigkeitsverteilungen in Säulendiagrammen darstellen und interpretieren
- Kenngrößen
 - Datenmaterial mithilfe der Kenngrößen Stichprobenumfang n , arithmetisches Mittel, Modalwert, Median, empirische Varianz, empirische Standardabweichung s_n und Spannweite charakterisieren und interpretieren
 - Arithmetisches Mittel, Median und Modalwert als Lagemaße bezüglich ihrer Aussagekraft unterscheiden
 - Empirische Varianz, empirische Standardabweichung s_n und Spannweite als Streumaße bezüglich ihrer Aussagekraft unterscheiden
 - Datensätze mithilfe von Kenngrößen vergleichen

Fakultative Erweiterungen: Boxplots

Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche: Messen; Daten und Zufall

Hinweise zum Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge: Statistikmodul des eingeführten digitalen Mathematikwerkzeugs

Online-Material: Beschreibende Statistik

Kapitel im Schulbuch

11.1. Beschreibende Statistik

Lernbereich Elementar Funktionenlehre

Intentionen

Die Schülerinnen und Schüler bringen aus dem Unterricht des Sekundarbereichs I Kenntnisse zu einigen Funktionsklassen sowie Fertigkeiten und Fähigkeiten im Umgang mit Funktionen mit. Diese werden an neu einzuführenden Funktionsklassen vertieft und erweitert.

Der Lernbereich „Elementare Funktionenlehre“ ist eng verknüpft mit dem Lernbereich „Ableitungen“. Die Kompetenzen im Umgang mit Funktionen werden weiterentwickelt, auch im Hinblick auf die Begrifflichkeiten im Lernbereich „Ableitungen“.

Als neue Funktionsklasse lernen die Schülerinnen und Schüler die Potenzfunktionen kennen. Wurzelfunktionen werden als spezielle Potenzfunktionen betrachtet. Ausgehend von geeigneten Anwendungsbeispielen werden Potenzfunktionen zu ganzrationalen Funktionen erweitert.

Die leitenden Fragestellungen bei der Untersuchung der Auswirkungen von Parametervariationen auf Funktionsgraphen und Funktionsgleichungen, die den Schülerinnen und Schülern zum Beispiel von den quadratischen Funktionen bekannt sind, werden zunächst auf Funktionen mit Potenzen übertragen. Die Schülerinnen und Schüler sollen die Bedeutung der Parameter erläutern. Dabei werden die Potenzrechengesetze genutzt, um Erkenntnisse über die Funktionen oder einen zugehörigen Sachzusammenhang zu gewinnen.

Die Fähigkeit, Funktionsgraphen zu beschreiben und zu klassifizieren, wird durch Verwendung der Begriffe Symmetrie, Nullstellen und Globalverhalten weiter entwickelt. Bei der Behandlung von Sachproblemen sind auch der Definitions- und der Wertebereich der modellierenden Funktion zu betrachten. Bei der Bestimmung der Modellierungsfunktionen ist das Aufstellen und Lösen von Gleichungen und linearen Gleichungssystemen notwendig. Durch Regression gewonnene Funktionen werden zum Vergleich herangezogen.

Mithilfe der weiterentwickelten Begrifflichkeiten und anhand geeigneter Anwendungsbeispiele werden Potenz-, Exponential- und Sinusfunktionen gegeneinander abgegrenzt.

Kern

- Potenzfunktionen
 - Graphen von Potenzfunktionen f mit $f(x) = x^n$ für $n \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ hilfsmittelfrei skizzieren
 - Globalverhalten und Symmetrie beschreiben
 - Wurzelfunktionen als spezielle Potenzfunktionen darstellen
 - exemplarisch die Funktionen f und g mit $f(x) = \sqrt{x}$ und $g(x) = \sqrt[3]{x}$ beschreiben und ihre Graphen hilfsmittelfrei skizzieren
- Vergleich von Potenz-, Exponential- und Sinusfunktionen
 - Parametervariationen für Funktionen g mit $g(x) = a \cdot f(b \cdot (x - c) + d)$ exemplarisch durchführen sowie Gemeinsamkeiten und Unterschiede in der Auswirkung der Parametervariationen auf die Graphen zu verschiedenen Funktionsklassen
 - funktionale Zusammenhänge in Anwendungssituationen unter Verwendung von Eigenschaften bestimmter Funktionen identifizieren
- Ganzrationale Funktionen
 - die Graphen von ganzrationalen Funktionen als Überlagerung von Graphen von Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten deuten
 - Sachsituationen mit ganzrationalen Funktionen beschreiben
 - in Anwendungssituationen funktionale Zusammenhänge in Tabellen, Graphen und Sachtexten erkennen und mithilfe ganzrationaler Funktionen modellieren
 - Gleichungen und lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen mithilfe der aus dem Sekundarbereich I bekannten Verfahren lösen
 - lineare Gleichungssysteme mit mehr als zwei Variablen unter Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge lösen

- Nullstellen bestimmen und deren Zusammenhang mit der faktorisierten Termdarstellung beschreiben
- das Globalverhalten anhand der Termdarstellung beschreiben
- mögliche Symmetrien des Graphen zur y-Achse und zum Ursprung begründen
- Zusammenhang von Funktionsgleichung und Graph anhand der Termdarstellung in allgemeiner und in faktorisierter Form erläutern

Fakultative Erweiterungen: Wurzelfunktion sowie Kehrwertfunktion als Umkehrfunktion

Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche: Algorithmus und Zahlen; Funktionaler Zusammenhang

Hinweise zum Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge: CAS zum Lösen von Gleichungen, Regressionsmodul

Online-Material: elementare Funktionenlehre – Parametervariationen

Kapitel im Schulbuch

11.II Funktionen

11.III Ganzrationale Funktionen und ihre Graphen

11.V Untersuchen von Funktionen

Lernbereich Ableitungen

Intentionen

Mithilfe der Ableitung wird die Beschreibung der Graphen von Funktionen um die Quantifizierbarkeit des Steigungsverhaltens sowie die Extrem- und Wendepunkte systematisch erweitert.

Dabei ist die Verwendung von Grenzwerten notwendig. Sie werden auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs, der sich auf die Anschauung gründet, ermittelt.

Die Begriffe der mittleren und lokalen Änderungsrate werden in Sachkontexten gebildet. Ausgehend von mittleren Änderungsraten werden die lokale Änderungsrate sowie ausgehend von Sekantensteigungen die Tangentensteigung bestimmt. Die Ableitung wird als lokale Änderungsrate sowie als Tangentensteigung beschrieben und interpretiert, und dieser Zusammenhang wird an Beispielen erläutert.

Die funktionale Beschreibung von lokalen Änderungsraten führt zur Ableitungsfunktion.

Das Verständnis des Zusammenhangs zwischen Ableitungsgraph und Funktionsgraph wird vertieft, indem diese auch in Sachkontexten wechselseitig auseinander entwickelt werden.

Die Frage, ob der dargestellte Ausschnitt eines Graphen das Globalverhalten oder Anzahl und Lage besonderer Punkte wiedergibt, ist ein Motiv für eine termorientierte Untersuchung. Notwendige und hinreichende Kriterien für lokale Extrem- und für Wendestellen werden anschaulich aus der Betrachtung der Graphen zur Ausgangsfunktion und zu den Ableitungsfunktionen gewonnen.

Die mithilfe des Ableitungsbegriffs gewonnenen Kenntnisse und Fähigkeiten erweitern die Möglichkeiten, Sachprobleme zu lösen.

Die Ableitung mithilfe des Differenzenquotienten erfolgt exemplarisch.

Zur Bestimmung von Ableitungen an einer Stelle oder zur Entwicklung von Ableitungsfunktionen werden die Ableitungsregeln verwendet.

Die Ableitungen der Sinus- und Kosinusfunktion werden mindestens grafisch plausibel gemacht.

Kern

- Ableitung an einer Stelle
 - mittlere und lokale Änderungsraten in Sachzusammenhängen bestimmen
 - mittlere und lokale Änderungsraten mithilfe des Differenzenquotienten bestimmen
 - Sekanten- und Tangentensteigungen bestimmen
 - Ableitungen als lokale Änderungsraten und Tangentensteigungen auch in Sachzusammenhängen deuten
 - die Schreibweisen $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ und $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ interpretieren, erläutern und anwenden.
- Ableitungsfunktionen
 - wechselseitig den Ableitungsgraphen und den Funktionsgraphen auseinander entwickeln und dabei Zusammenhänge beschreiben und begründen
 - für die Funktionen f mit $f(x) = x^2$ und $f(x) = \frac{1}{x}$ die Ableitungen mithilfe des Differenzenquotienten herleiten
 - Summen- und Faktorregel mindestens anschaulich begründen und anwenden
 - die Ableitung als Funktion in Abhängigkeit von der Stelle angeben
 - die Ableitung der Funktionen f mit $f(x) = x^n$ für $n \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$, mit $f(x) = \sqrt{x}$ und $f(x) = \sin(x)$ sowie $f(x) = \cos(x)$ angeben
- Verwendung von Ableitungen
 - Gleichungen von Tangenten und Normalen bestimmen
 - Funktionen und ihre Graphen auf Monotonie untersuchen
 - Kriterien für lokale Extrem- und Wendestellen entwickeln und anwenden
 - Sachprobleme, insbesondere Optimierungsprobleme lösen

Fakultative Erweiterungen: Ableitung weiterer Funktionen mithilfe des Differenzenquotienten
Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche: Algorithmus und Zahl; Messen; Funktionaler Zusammenhang
Hinweise zum Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge: Berechnung, Kontrolle, Exploration
Online-Material: Propädeutischer Grenzwert; Ableitungen

Kapitel im Schulbuch

11.V Ableitung - Differenzialquotient